ملخص وقواعدي في الرياضيات لمستوى جذع مشترك علوم

من انجاز : الأستاذ نجيب عثماني أستاذ مادة الرياضيات في الثانوي تأهيلي

ملخص درس الهندسة الفضائية

I. موضوعات الهندسة الفضائية: نرمز ب (E) إلى الفضاء.

- من نقطتين مختلفتين A و B من الفضاء (E) يمر مستقيم وحيد (AB).
- من ثلاث نقط غير مستقيمية من الفضاء (E) يمر مستوى وحيد يرمز له ب (ABC).
- إذا احتوى مستوى (P) من الفضاء (E) على نقطتين A و B فانه يتضمن المستقيم (AB).

يعني إذا كان $A\in(P)$ و $B\in(P)$ فان $(AB)\subset(P)$.

- إذا اشترك مستويان مختلفان من الفضاء (E) في نقطة A فإنهما يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) يمر من A.
- جميع خاصيات الهندسة الفضائية تبقى صحيحة في كل مستوى من الفضاء

نتائج: يتحدد مستوى في الفضاء إما بثلاث نقط غير مستقيمية.
واما بمستقيم و نقطة لا تنتمي إليه واما بمستقيمين متقاطعين.
واما بمستقيمين متوازيين قطعا.

II. الأوضاع النسبية في الفضاء:

الأوضاع النسبية لمستقيمين: ليكن (D) و (Δ) مستقيمين من الفضاء (E) لدينا ثلاث وضعيات ممكنة:

- (D) و (Δ) متوازيان يعني $(D)\cap(\Delta)=\phi$
- (D) و (Δ) متقاطعان يعني $(D)\cap(\Delta)=\{I\}$
- (D) و (Δ) غير مستوائيان يعني (D) يخترق المستوى (P) الذي يضم المستقيم (Δ) في نقطة I لا تنتمي إلى (Δ).

1. الأوضاع النسبية لمستقيم و مستوى:

ليكن (D) مستقيما و (P) مستوى من الفضاء (E) لدينا حالات ممكنة:

- المستقيم (D) ضمن (P) ونكتب $(D)\subset(P)$
- المستقيم (D) خارج (P) ونكتب $(D)\cap(\Delta)=\phi$
- المستقيم (D) يخترق (P) ومنه $(D)\cap(\Delta)=\{I\}$

2. الأوضاع النسبية لمستويين من الفضاء:

ليكن (P) و (Q) مستويين مختلفين من الفضاء (E) لدينا حالتين:
(P) و (Q) منفصلان (متوازيان قطعا) أو (P) و (Q) يتقاطعان وفق مستقيم

III. التوازي في الفضاء:

1. توازي مستقيمين: يكون مستقيمان (D) و (D') متوازيين إذا و فقط إذا كانا مستوائيين منطبقان أو منفصلان و نكتب $(D)\parallel(D')$.

خاصيات و مبرهنات:

- كل مستقيمان متوازيان قطعا يحددان مستوى و حيد في الفضاء.
- أذا كان مستقيمان متوازيين فان أي مستقيم يوازي أحدهما يوازي الأخر و $(D')\parallel(\Delta)$ إذن $(D)\parallel(D')$

2. توازي مستقيم و مستوى: يكون مستقيم (D) موازيا لمستوى (P) إذا و فقط إذا كان (D) ضمن (P) أو كان (D) و (P) منفصلان

$(P)\cap(Q)=\phi$ و نكتب $(D)\parallel(P)$.

•

خاصيات و مبرهنات: يكون مستقيم (D) موازيا لمستوى (P) إذا و فقط إذا وجد مستقيم (Δ) ضمن (P) يوازي المستقيم (D).

3. توازي مستويين: يكون مستويان (P) و (Q) متوازيين إذا و فقط إذا كانا منطبقين أو منفصلين و نكتب $(P)\parallel(Q)$.

$(P)\parallel(Q)$ تكافئ $(P)\cap(Q)=\phi$ أو $(P)=(Q)$.

خاصيات و مبرهنات: يكون مستويان من الفضاء متوازيين إذا وفقط إذا اشتمل أحدهما على مستقيمين متقاطعين و موازيين للأخر.

- إذا كان مستويان متوازيين فان أي مستوى يقطع أحدهما يقطع الأخر و يكون مستقيما تقاطعهما مع هذا المستوى متوازيين.
- إذا كان مستويان متوازيين فان أي مستقيم يخترق أحدهما يخترق الأخر.
- إذا اشتمل مستويان متقاطعان على مستقيمين متوازيين قطعا فان تقاطعهما يكون مستقيما موازيا اهذين المستقيمين (مبرهنة السقف).

إذا كان $\left.\begin{array}{l}(D')\subset(P')(D)\subset(P)\\(D')\parallel(D)\\(P)\cap(P')=(\Delta)\end{array}\right\}$ فان $(D)\parallel(\Delta)\parallel(D')$

- إذا وازى مستويان مستوى ثالثا فإنهما يكونان متوازيين.

IV. التعامد في الفضاء:

1. تعامد مستقيمين:

نقول بأن مستقيمين (D) و (Δ) من الفضاء متعامدان إذا و فقط إذا كان الموازيان لهما في أية نقطة من الفضاء متعامدين و نكتب: $(D)\perp(\Delta)$

$(D')\subset(P)$ و $(\Delta')\subset(P)$

$(D)\parallel(D')$ و $(\Delta)\parallel(\Delta')$

$(D')\perp(\Delta')$ يعني $(D)\perp(\Delta)$

خاصية: إذا كان مستقيمان متوازيان فان كل مستقيم متعامد مع أحدهما يكون متعامدا مع الأخر.

2. المستقيمات و المستويات المتعامدة:

نقول بأن مستقيما (D) عمودي عل مستوى (P) إذا و فقط إذا كان متعامدا مع جميع مستقيمات المستوى (P) و نكتب: $(D)\perp(P)$

خاصيات و مبرهنات:

- يكون مستقيم (D) عموديا عل مستوى (P) إذا و فقط إذا كان متعامدا مع مستقيمين متقاطعين ضمن (P).

يعني اذا كان: $(\Delta_1)\subset(P)$ و $(\Delta_2)\subset(P)$ و $(\Delta_1)\cap(\Delta_2)=\{I\}$ و $(D)\perp(\Delta_1)$ و $(D)\perp(\Delta_2)$ فان: $(D)\perp(P)$

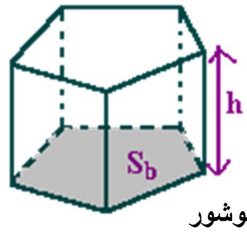
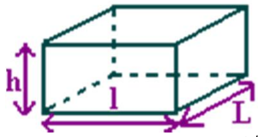
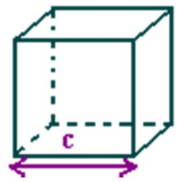
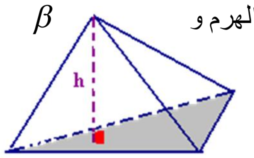
- إذا كان مستقيمان متوازيين فان أي كل مستوى عمودي على أحدهما يكون عموديا على الأخر.
- **المستويات المتعامدة:** نقول بأن مستوى (P) على مستوى (Q) إذا تضمن أحدهما مستقيما عموديا على الأخر و نكتب: $(D)\perp(Q)$

خاصيات و مبرهنات:

- إذا كان مستقيم (D) عموديا على مستوى (P) فان كل مستوى مار من (D) يكون عموديا على (P).
- إذا كان مستوى (P) عموديا على مستوى (Q) فان كل مستقيم ضمن أحدها عمودي على مستقيم التقاطع يكون عموديا على الأخر.
- إذا كان مستوى عموديا على مستويين متقاطعين فان هذا المستوى يكون عموديا على مستقيم التقاطع.

V. المساحة و الحجم:

مساحات و حجوم بعض المجسمات الاعتيادية: الموشور القائم, متوازي المستطيلات, المكعب , الهرم رباعي الأوجه المنتظم و المخروط الدوراني:

 **الموشور القائم** ليكن h ارتفاع الموشور و l محيط قاعدته و S_b مساحة قاعدته. المساحة الجانبية: $S_l = l \times h$ المساحة الكلية: $S_T = l \times h + 2S_b$ الحجم: $V = S_b \times h$	**متوازي**  **المستطيلات** ليكن L و l و h على التوالي طول و عرض و ارتفاع متوازي المستطيلات. المساحة الجانبية: $S_l = 2(l + L) \times h$ المساحة الكلية: $S_T = 2(l + L) \times h + 2l \times L$ الحجم: $V = L \times l \times h$
المكعب. ليكن a طول حرف المكعب.  المساحة الجانبية: $S_l = 4a^2$ المساحة الكلية: $S_T = 6a^2$ الحجم: $V = a^3$	**الهرم** h ارتفاع الهرم و β مساحة القاعدة.  الحجم: $V = \frac{1}{3}\beta \times h$
رباعي الأوجه المنتظم ليكن a طول ضلع رباعي الأوجه المنتظم. المساحة الجانبية: $S_l = \frac{1}{2} l \times h$ الحجم: $V = \frac{\sqrt{2}}{12} a^3$	**المخروط الدوراني** h ارتفاع المخروط الدوراني و $e = SH$. المساحة الجانبية: $S_l = \pi R \times h$ الحجم: $V = \frac{\pi R^2 \times h}{3}$