ملخصي وقواعدي في الرياضيات لمستوى جذع مشترك علوم

من انجاز : الأستاذ نجيب عثماني أستاذ مادة الرياضيات في الثانوي تأهيلي

ملخص درس في مجموعة الأعداد والعمليات

I. المجموعات $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, D , $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$.

- الأعداد الصحيحة الطبيعية تكون مجموعة نرمز لها بالرمز $\mathbb{N}$ و نكتب: $\mathbb{N}=\{0;1;2;\cdots\}$
- الأعداد الصحيحة النسبية أي الأعداد الصحيحة الطبيعية و مقابلاتها تكون مجموعة نرمز لها بالرمز $\mathbb{Z}$ و نكتب: $\mathbb{Z}=\{\cdots-3;-2;0;1;2;3;\cdots\}$
- الأعداد العشرية تكون مجموعة نرمز لها بالرمز D
- الأعداد الجذرية أي الأعداد التي تكتب على الشكل $\frac{a}{b}$ حيث: $a\in\mathbb{Z}$ و $b\in\mathbb{N}^*$, تكون مجموعة نرمز لها بالرمز $\mathbb{Q}$.
- الأعداد الجذرية واللاجذرية تكون مجموعة الأعداد الحقيقية و نرمز لها بالرمز $\mathbb{R}$.

أمثلة : استعمال الرموز: $\in;\notin;\subset;\not\subset$

- $-7\in\mathbb{Z}$ و $-7\notin\mathbb{N}$ و $\frac{2}{3}\in\mathbb{Q}$ و $\frac{2}{3}\notin D$ و $\sqrt{2}\in\mathbb{R}$ و $\sqrt{2}\notin\mathbb{Q}$
- كل عدد صحيح طبيعي هو عدد صحيح نسبي, نقول ان المجموعة $\mathbb{N}$ توجد ضمن $\mathbb{Z}$ و نكتب $\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}$.
- ليس كل عدد عشري هو عدد صحيح نسبي, نقول ان المجموعة D ليست ضمن $\mathbb{Z}$ و نكتب $D\not\subset\mathbb{Z}$.

لأي هناك عناصر من D لا تنتمي الى $\mathbb{Z}$. كذلك: كل عنصر من D هو عنصر من $\mathbb{Q}$: $D\subset\mathbb{Q}$

و كل عنصر من $\mathbb{Q}$ هو عنصر من $\mathbb{R}$: $\mathbb{Q}\subset\mathbb{R}$.

لدينا اذن: $\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}\subset D\subset\mathbb{Q}\subset\mathbb{R}$

II. العمليات في المجموعة $\mathbb{R}$ (تذكير)

a و b و c و d أعداد حقيقية بحيث $bd\neq0$

$a+b=b+a$ و $a+(b+c)=(a+b)+c=a+b+c$ و

$a+0=0+a=a$ و $(-a)+a=a+(-a)=0$

$a\times b=b\times a=ab=ba$ و $a(bc)=(ab)c=(ac)b=abc$

$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$ و $a\neq0;a\times\frac{1}{a}=1$ و $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$

$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad-bc}{bd}$ و $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$ و $k\times\frac{a}{b}=\frac{ak}{b}$

و $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$ و $\frac{a}{\frac{b}{c}}=a\times\frac{c}{b}=\frac{ac}{b};bc\neq0$

$-a$ يسمى مقابل a ولدينا $a-b=a+(-b)$ و $-(a-b)=-a+b$

$\frac{1}{a}$ يسمى مقلوب العدد a حيث $a\neq0$ والعدد $\frac{a}{b}$ حيث $a\in\mathbb{R}$ و $b\in\mathbb{R}^*$

يسمى خارج العدد a على b و لدينا $\frac{a}{b}=a\times\frac{1}{b}$

a و b و c و d أعداد حقيقية حيث $bd\neq0$ (تعني $b\neq0$ و $d\neq0$).

$\frac{a}{b}=c$ يكافئ $a=bc$ و $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ يكافئ $ad=bc$

و $\frac{a}{b}=0$ يكافئ $a=0$

III. الجذور المربعة:

تعريف: ليكن x عددا حقيقيا موجبا. نسمي جذر مربع x , العدد الحقيقي الموجب y بحيث $y^2=x$. و نكتب $\sqrt{x}=y$

و لدينا $\sqrt{x}=y$ يكافئ $x=y^2$ و $y\geq0$.

خاصية: لكل a و b من $\mathbb{R}^+$ لدينا: $\left(\sqrt{a}\right)^n=\sqrt{a^n};n\in\mathbb{N}^*$

و $\left(\sqrt{a}\right)^2=\sqrt{a^2}=a$ و $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}};b\succ0$

$\sqrt{\frac{1}{a}}=\frac{1}{\sqrt{a}}=\frac{\sqrt{a}}{a};a\succ0$ و $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}$

اذا كان $x\geq0$ و $y\geq0$ فان $\sqrt{x}=\sqrt{y}$ يكافئ $x=y$.

خاصية: لكل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $\sqrt{x^2}=|x|$

$|x|$ تقرأ القيمة المطلقة للعدد الحقيقي x و لدينا : $|x|=x$ اذا كان x موجبا و $|x|=-x$ اذا كان x سالبا

مثال : $|5|=5$ و $|-7|=-(-7)=7$

IV. القوى و قوى العدد 10 و الكتابة العلمية:

تعريف: ليكن a عددا حقيقيا غير منعدم و $n\in\mathbb{N}$.

$a^1=a;a^0=1$ و لدينا : $a^n=\underbrace{a\times a\times a\times\cdots\times a}_{n \text{ مرة}}$ و $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$

خاصيات : لكل a و b من $\mathbb{R}^*$ و لكل m و n من $\mathbb{N}$ لدينا:

$a^n\times b^n=(ab)^n$ و $a^n\times a^m=a^{n+m}$ و $\left(a^n\right)^m=a^{nm}$ و

$\frac{a^n}{b^n}=\left(\frac{a}{b}\right)^n$ و $\frac{a^n}{a^m}=a^{n-m}$

حالة خاصة : قوى العدد 10:

$10^1=10$ و $10^0=1$ و $10^{-2}=0,01$ و $10^{-1}=0,1$

$10^n=\underbrace{1000\cdots0}_{n};n\in\mathbb{N}$ و $10^{-n}=\underbrace{0,000\cdots01}_{n};n\in\mathbb{N}$

الكتابة العلمية: كل عدد عشري x موجب يكتب على الشكل $x=a\times10^p$ حيث p ينتمي الى $\mathbb{Z}$ و a عدد عشري بحيث $1\leq a\prec10$. هذه الكتابة تسمى الكتابة العلمية.

ملحوظة: اذا كان x عددا سالبا فان كتابته العلمية هي $x=-a\times10^p$

$3,25\times10^4$ هي كتابة علمية و 15×10^3 هي كتابة غير علمية

الكتابة العلمية للعدد 17000000 هي 1.7×10^7

V. متطابقات هامة_:

اذا كان a و b و k أعداد حقيقية فان

$k(a+b)=ka+kb$ و $k(a-b)=ka-kb$

$(a+b)(c-d)=ac-ad+bc-bd$

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ و $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ و $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab-b^2)$

و $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$