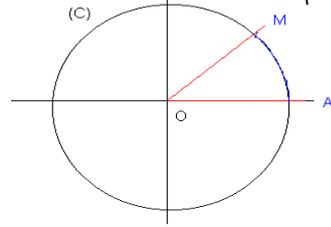


**ملخصى وقواعدى فى الرياضيات لمستوى جذع مشترك علوم  
من انجاز : الأستاذ نجيب عثمانى أستاذ مادة الرياضيات فى الثانوى تاهيلى**

**توجيه المستوى:**

لتكن (C) دائرة من المستوى (P) مركزها O , و لتكن I و M نقطتين من (C) . ولدنيا منحنيين للوصول إلى النقطة M انطلاقا من I . أحدهما موجب و الآخر سالب .

لقد تم اختيار المنحى الموجب هو المنحى المضاد لحركة عقربي الساعة (المنحى + المشار إليه  $\perp$  نكل) و يسمى المنحى المثلي.



**الدائرة المثلية:**

الدائرة المثلية هي كل دائرة شعاعها 1 مزودة بأصل و موجهة توجيها موجبا

**تعريف الراديان :** (C) دائرة مثلية مركزها O الراديان هو قياس الزاوية المركزية التي تحصر على الدائرة (C) قوسا طوله 1 ونرمز له بالرمز : rad ملاحظة : قياس زاوية مستقيمة بالدرجة 180° و الغراد 200 و بالراديان  $\pi$  اذن وجدنا ثلاث وحدات لقياس الزوايا ( الدرجة و الغراد و الراديان) ويمكن استعمال الطريقة الثلاثية للتحويل من وحدة الى أخرى أو استعمال النتيجة التالية :

**نتيجة :** اذا كانت  $\alpha$  و  $\beta$  و  $\gamma$  قياسات زاوية بالدرجة و الغراد و الراديان على التوالي فان :

$$\frac{\alpha}{180^\circ} = \frac{\beta}{200} = \frac{\gamma}{\pi}$$

**الأفاصيل المنحنية لنقطة والأفصول المنحني الرئيسي:**

لتكن (C) دائرة مثلية أصلها A و مركزها O , و M نقطة من (C) . ليكن  $\alpha$  طول القوس الهندسية  $[AM]$   $0 \leq \alpha \leq 2\pi$

العدد  $\alpha$  يسمى أفصول منحني للنقطة M . الأعداد الحقيقية  $\alpha + 2k\pi$  حيث  $k \in \mathbb{Z}$  هي أفاصيل منحنية للنقطة M . يوجد أفصول منحني وحيد للنقطة M ينتمي إلى المجال  $]-\pi, \pi]$  يسمى الأفصول المنحني الرئيسي للنقطة M .

مثال : حدد الأفصول المنحني الرئيسي للنقطة  $M\left(\frac{9\pi}{2}\right)$

**الجواب بطريقة 1:**  $\frac{9\pi}{2} = \frac{8\pi + \pi}{2} = \frac{8\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = 4\pi + \frac{\pi}{2} = 2 \times 2\pi + \frac{\pi}{2}$

وبما أن :  $-\pi < \frac{\pi}{2} \leq \pi$  فان :  $\frac{\pi}{2}$  هو الأفصول المنحني الرئيسي

الرئيسي **طريقة 2:**  $-\pi < \frac{9\pi}{2} + 2k\pi \leq \pi$  و  $k \in \mathbb{Z}$  يعني

$$-1 < \frac{9}{2} + 2k \leq 1 \text{ يعني } -\frac{9}{2} < -\frac{9}{2} + \frac{9}{2} + 2k \leq 1 - \frac{9}{2}$$

$$-\frac{11}{2} < 2k \leq -\frac{7}{2} \text{ يعني } -\frac{11}{2} \times \frac{1}{2} < 2k \times \frac{1}{2} \leq -\frac{7}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$-\frac{11}{4} < k \leq -\frac{7}{4} \text{ يعني } -1,7 \approx -\frac{11}{4} < k \leq -\frac{7}{4} = -2,7$$

اذن :  $k = -2$  و منه

$$\alpha = \frac{9\pi}{2} + 2(-2)\pi = \frac{9\pi}{2} - 4\pi = \frac{9\pi - 8\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$$

ومنه :  $\frac{\pi}{2}$  هو الأفصول المنحني الرئيسي للنقطة

لكل $x$ من $\mathbb{R}$	$-1 \leq \sin x \leq 1$ , $-1 \leq \cos x \leq 1$
لكل $x$ من $\mathbb{R}$	$\cos(x + 2k\pi) = \cos x$
لكل $k \in \mathbb{Z}$	$\sin(x + 2k\pi) = \sin x$
لكل $x$ من $\mathbb{R} - \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi\right\}$	حيث $k \in \mathbb{Z}$ لدينا : $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$
	$\tan(x + k\pi) = \tan x$

- اذا كانت  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  فان  $\cos x \geq 0$
- اذا كانت  $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$  فان  $\cos x \leq 0$
- اذا كانت  $0 \leq x \leq \pi$  فان  $\sin x \geq 0$
- اذا كانت  $\pi \leq x \leq 2\pi$  فان  $\sin x \leq 0$

**العلاقات بين النسب المثلية لعدد:**

• لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$   $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

• لكل  $x$  من  $\mathbb{R} - \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi\right\}$   $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

	$-x$	$\pi - x$	$\pi + x$	$\frac{\pi}{2} - x$	$\frac{\pi}{2} + x$
cos x	cos x	-cos x	-cos x	sin x	-sin x
sin x	-sin x	sin x	-sin x	cos x	cos x
tan x	-tan x	-tan x	tan x	$\frac{1}{\tan x}$	$-\frac{1}{\tan x}$