أكاديمية الجهة الشرقية

الدرس الثاني : الحساب العددي

الأستاذ: نجيب عثماني

مستوى:السنة الأولى من سلك الباكالوريا

- **شعبة التعليم الأصيل:مسلك العلوم الشرعية و مسلك اللغة العربية**
- **شعبة الآداب و العلوم الإنسانية: مسلك الآداب و مسلك العلوم الإنسانية**

محتوى الدرس و الأهداف القدرات المنتظرة من الدرس و التعليمات الرسمية

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
3.1. التناسبية؛ النسب المئوية؛ السلم.	ـ توظيف التناسبية لمعالجة وضعيات متنوعة.	ـ يتم التذكير بمفهوم التناسبية وبالمفاهيم المرتبطة به وتثبيتها في وضعيات تخدم خصوصيات هاتين الشعبتين.
3.2. ـ المعادلات والمتراجحات من الدرجة الأولى أو الثانية بمجهول واحد؛ ـ إشارة ثلاثية الحدود من الدرجة الثانية؛ ـ نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين.	ـ حل معادلات ومتراجحات تؤول في حلها إلى معادلات ومتراجحات من الدرجة الأولى أو الثانية بمجهول واحد؛ ـ حل نظمات من الدرجة الأولى بمجهولين باستعمال مختلف الطرائق المتاحة؛ ـ ترييض وضعيات تتضمن مقادير متغيرة تؤول في حلها إلى حل معادلات أو متراجحات أو نظمات.	ـ إن حل معادلات ومتراجحات من الدرجة الأولى ومن الدرجة الثانية بمجهول واحد وحل نظمات من معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين قد سبقت ممارستهما لذا يجب تجنب تقديمهما من جديد. ـ ينبغي تدعيم وتثبيت جميع هذه المفاهيم من خلال أنشطة متنوعة هادفة ومختارة ومن خلال مسائل ينبغي ترييضها تكون مستقاة من الحياة العامة أو من مواد التخصص بغية إكساب التلاميذ المهارات والقدرات المنتظرة. ـ تعتبر المعادلات والمتراجحات البارامترية خارج المقرر.

I. التناسبية والنسب المئوية والسلم

تمهيد :

املأ الجدول التالي :

وزن التفاح	1Kg	2 Kg	3Kg	4Kg
ثمن التفاح		18dh		

نقول هناك تناسب بين ثمن الشراء ووزن التفاح ومعامل التناسب هو 6

لأن : $9 = \frac{36}{4} = \frac{27}{3} = \frac{18}{2} = \frac{9}{1}$

تعريف : a و b و c و d أعداد حقيقية بحيث $bd \neq 0$

نقول إن الأعداد a و b متناسبة مع c و d على التوالي إذا وفقط إذا كان : $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

مثال1 : حدد العدد الحقيقي x إذا علمت أن الأعداد: $x+1$ و 3 متناسبة مع x و 2 على التوالي

تمرين 1: اشترت خديجة سروالا وقميصا بمجموع قدره 105dh اذا علمت أن ثمن السروال و القميص متناسبان على التوالي مع الأعداد 6 و 9 فاحسب ثمن القميص والسروال

الجواب :

ليكن x ثمن السروال و y ثمن القميص

بما أن : ثمن السروال و القميص متناسبان على التوالي مع الأعداد 9 و 6

فان : $\frac{x}{9} = \frac{y}{6}$ اذن : $\frac{x}{9} = \frac{y}{6} = \frac{x+y}{15} = \frac{105}{15} = 7$

اذن : $\frac{x}{9} = 7$ و $\frac{y}{6} = 7$ يعني $x = 63$ و $y = 42$

مثال2 : يتكون قسم من 40 تلميذا منهم 15 من الإناث حدد النسبة المئوية للإناث و الذكور في هذا القسم

الجواب : نسبة الاناث : $t\% = \left(\frac{15}{40}\right) \times 100 = 0.375 \times 100 = 37.5\%$

نسبة الذكور : $t\% = \left(\frac{25}{40}\right) \times 100 = 0.625 \times 100 = 62.5\%$

مثال3 : ارتفع ثمن البنزين من 5.20 DH الى 5.98 DH للتر الواحد

ما نسبة المئوية الزيادة؟

الجواب: $t\% = \left(\frac{5.98 - 5.20}{5.20}\right) \times 100 = \frac{0.98}{5.20} \times 100 = 0.15 \times 100 = 15\%$

تمرين2 : ارتفع ثمن منزل من 500000 DH الى 600000DH

ما نسبة المئوية الزيادة؟

الجواب: $t\% = \left(\frac{600000 - 500000}{500000}\right) \times 100 = 0.2 \times 100 = 20\%$

تمرين3: انخفض ثمن آلة حاسبة من 150 DH الى 135 DH

ما نسبة المئوية للتخفيض؟

الجواب: $t\% = \left(\frac{150 - 135}{150}\right) \times 100 = \frac{15}{150} \times 100 = 0.1 \times 100 = 10\%$

تمرين 4 : ثمن كتاب هو 60 DH اذا علمت أن نسبة التخفيض هي $t\%=20\%$
ما ثمن كتاب بعد التخفيض؟
الجواب : ثمن كتاب بعد التخفيض هو :
$$A=60-\left(\frac{20}{100}\right)\times60=60-12=48$$

تمرين 5 : يبلغ ثمن حذاء رياضي 170DH وثمن بذلة رياضية 230DH
زيد في ثمن الحذاء بنسبة 6% وخفض في ثمن البذلة الرياضية بنسبة 8 % أحسب الثمن الجديد للحذاء والبذلة
الجواب : ثمن الحذاء الرياضي بعد الزيادة هو :
$$A=170+\left(\frac{6}{100}\right)\times170=170+10,2=182,2DH$$
ثمن البذلة الرياضية بعد التخفيض هي :
$$B=230-\left(\frac{8}{100}\right)\times230=230-18,4=211,6DH$$

مثال 4: اذا علمت أن طول طريق سيار على خريطة ذات السلم $\frac{1}{1000000}$ هو 0.1m
ما الطول الحقيقي للطريق السيار؟
الجواب : الطول الحقيقي للطريق السيار هو :
$A=0.1\times1000000=100000m=100km$

II. المعادلات و المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد:

أ. المعادلات من الدرجة الأولى

أمثلة : حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :
1) $-2x+22=0$ 2) $3(2x+5)=6x-1$
3) $4(x-2)=6x-2(x+4)$ 4) $9x^2-16=0$
5) $(2x+3)(9x-3)\left(x-\frac{1}{2}\right)=0$
6) $\frac{2x+2}{3}-\frac{1}{2}=\frac{5x-2}{2}+\frac{1}{3}$
7) $x^3-x=0$

الجواب: 1) $-2x+22=0$ يعني $-2x+22-22=-22$
يعني $-2x=-22$
يعني $-2x\times\left(\frac{1}{-2}\right)=-22\times\left(\frac{1}{-2}\right)$
يعني $x=11$ ومنه: $S=\{11\}$ وتسمى مجموعة حلول المعادلة
2) $3(2x+5)=6x-1$ يعني $6x+15=6x-1$
يعني $6x-6x=-1-15$ يعني $0x=-16$ يعني $0=-16$
و هذا غير ممكن ومنه : $S=\varnothing$
3) $4(x-2)=6x-2(x+4)$ يعني $4x-8=6x-2x-8$
يعني $4x-4x+8-8=0$ يعني $0=0$
ومنه :كل عدد حقيقي هو حل لهذه المعادلة وبالتالي : $S=\mathbb{R}$
4) أمامنا معادلة من الدرجة الثانية
طريقة 1: (التعامل) $9x^2-16=0$ يعني $(3x)^2-4^2=0$
يعني $(3x-4)(3x+4)=0$ يعني $3x+4=0$ أو $3x-4=0$
يعني $3x=-4$ أو $3x=4$ يعني $x=\frac{-4}{3}$ أو $x=\frac{4}{3}$
ومنه : $S=\left\{-\frac{4}{3},\frac{4}{3}\right\}$
طريقة 2: $9x^2-16=0$ يعني $9x^2=16$ يعني $x^2=\frac{16}{9}$
يعني $x=\sqrt{\frac{16}{9}}$ أو $x=\sqrt{\frac{16}{9}}$ يعني $x=\frac{4}{3}$ أو $x=-\frac{4}{3}$

تمرين 6: حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :
1) $\frac{x+1}{2}+4=\frac{2x-5}{10}+\frac{2(x+10)}{5}$
2) $x^3-4x=0$
3) $(5x-7)(3x-10)=0$

الجواب: 1) $\frac{x+1}{2}+4=\frac{2x-5}{10}+\frac{2(x+10)}{5}$ (نوحد المقامات)
يعني $\frac{5x+5}{10}+\frac{40}{10}=\frac{2x-5}{10}+\frac{4x+40}{10}$
يعني $\frac{5x+5+40}{10}=\frac{2x-5+4x+40}{10}$
يعني $5x+5+40=2x-5+4x+40$ يعني $-x=-10$
يعني $x=10$ ومنه: $S=\{10\}$
2) $x^3-4x=0$ يعني $x\left(x^2-4\right)=0$ (التعميل)
يعني $x=0$ أو $x^2-4=0$ يعني $x=0$ أو $x^2=7$
يعني $x=0$ أو $x=\sqrt{4}$ أو $x=-\sqrt{4}$ ومنه: $S=\{-2,0,2\}$
3) $(5x-7)(3x-10)=0$ يعني $5x-7=0$ أو $3x-10=0$
يعني $x=\frac{7}{5}$ أو $x=\frac{10}{3}$ ومنه: $S=\left\{\frac{7}{5},\frac{10}{3}\right\}$

ب. المتراجحات من الدرجة الأولى

مثال 1: حل في مجموعة الأعداد الحقيقية المتراجحات التالية:
1) $-2x+12>0$ 2) $5x-15\le0$

أجوبة: 1) $-2x+12>0$ $-2x+12=0$ يكافئ $x=6$
و بما أن: $a=-2$ و $a<0$ فان جدول الإشارة هو كالتالي:

x	$-\infty$	6	$+\infty$
$-2x+12$		0	$-$
			$+$

و منه فان : $S=]-\infty;6[$

2) $5x-15\le0$ $5x-15=0$ يكافئ $x=3$
و بما أن: $a=5$ و $a>0$ فان جدول الإشارة هو كالتالي:

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$5x-15=0$	$-$	0	$+$

و منه فان : $S=]-\infty;6[$

مثال 2: حل في مجموعة الأعداد الحقيقية المتراجحات التالية:
1) $4x^2-9\ge0$ 2) $(1-x)(2x+4)>0$

أجوبة: 1) $4x^2-9\ge0$
$4x^2-9=0$ يعني $(2x)^2-3^2=0$ يعني $(2x-3)(2x+3)=0$
يعني $2x+3=0$ أو $2x-3=0$ يعني $x=\frac{-3}{2}$ أو $x=\frac{3}{2}$

الطريقة :في جدول نعطي إشارة كل عامل على الشكل $ax+b$ ثم استنتج إشارة الجداء أو الخارج مع ترتيب تزايدي للقيم التي ينعدم فيها كل عامل.

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$2x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
$2x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
$(2x-3)(2x+3)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

و منه فان : $S=\left]-\infty;-\frac{3}{2}\right]\cup\left[\frac{3}{2};+\infty\right[$

(2 $(1-x)(2x+4)>0$

$(1-x)(2x+4)=0$ يعني $2x+4=0$ أو $1-x=0$ يعني

$x=-2$ أو $x=1$

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$2x+4$		$-$	0	$+$		$+$	
$1-x$		$+$		$+$	0	$-$	
$(1-x)(2x+4)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

و منه فان : $S=]-2;1[$

III.المعادلات من الدرجة الثانية بمجهول واحد:

مثال1:المعادلة $3x^2+x+2=0$ ليس لها حلا في $\mathbb{R}$ لأن $\Delta\prec0$ $(\Delta=1-4\times3\times2=-23)$ و بالتالي مجموعة حلولها هي $S=\phi$.

مثال 2:المعادلة $x^2-10x+25=0$ لها حل وحيد لأن $\Delta=0$ $(\Delta=10^2-4\times25=0)$.حل هذه المعادلة هو: $-\frac{b}{2a}=5$ و بالتالي مجموعة حلولها هي $S=\{5\}$.

مثال 3:نعتبر المعادلة $x^2-3x+2=0$ لدينا $\Delta=9-4\times2=1$ بما أن $\Delta\succ0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما: $x_1=\frac{3-1}{2}=1$ و $x_2=\frac{3+1}{2}=2$ و منه $S=\{1;2\}$.

تمرين 7:حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

1) $6x^2-7x-5=0$ $\Delta\succ0$ (2 $2x^2-2\sqrt{2}x+1=0$ $\Delta=0$

3) $3x^2+x+2=0$ $\Delta\prec0$ (4 $4x^2-8x+3=0$

5) $x^2-4x+2=0$ (6 $x^2+5x+7=0$

7) $2x^2-4x+6=0$ (8 $x^2-4x-21=0$

9) $3x^2-6x+3=0$

الأجوبة: $6x^2-7x-5=0$ $a=6$ و $b=-7$ و $c=-5$

$$\Delta=b^2-4ac=(-7)^2-4\times6\times(-5)=49+120=169=(13)^2>0$$

بما أن $\Delta\succ0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ و } x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \quad x_1=\frac{-(-7)+\sqrt{169}}{2\times6}=\frac{7+13}{12}=\frac{20}{12}=\frac{5}{3}$$

$x_2=\frac{7-13}{12}=\frac{6}{12}=-\frac{1}{2}$ ومنه: $S=\left\{\frac{5}{3},-\frac{1}{2}\right\}$

(2 $2x^2-2\sqrt{2}x+1=0$ $a=2$ و $b=-2\sqrt{2}$ و $c=1$

$$\Delta=b^2-4ac=\left(-2\sqrt{2}\right)^2-4\times2\times1=8-8=0$$

بما أن $\Delta=0$ فان هذه المعادلة تقبل **حلا وحيدا هو:**

$x=\frac{-b}{2a}=\frac{-\left(-2\sqrt{2}\right)}{2\times2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ومنه: $S=\left\{\frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$

(3 $3x^2+x+2=0$ $a=3$ و $b=1$ و $c=2$

$$\Delta=b^2-4ac=(1)^2-4\times3\times2=1-24=-23<0$$

بما أن $\Delta\prec0$ **فان المعادلة ليس لها حل في** $\mathbb{R}$ ومنه: $S=\varnothing$

(4 $4x^2-8x+3=0$ $a=4$ و $b=-8$ و $c=3$

$$\Delta=b^2-4ac=(-8)^2-4\times3\times(4)=84-8=16=(4)^2>0$$

بما أن $\Delta\succ0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$$x_1=\frac{-(-8)+\sqrt{16}}{2\times4} \text{ و } x_2=\frac{-(-8)-\sqrt{16}}{2\times4}$$

$x_1=\frac{8+4}{8}=\frac{12}{8}=\frac{3}{2}$ و $x_1=\frac{8-4}{8}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$ ومنه: $S=\left\{\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right\}$

(5 $x^2-4x+2=0$ $a=1$ و $b=-4$ و $c=2$

$$\Delta=b^2-4ac=(-4)^2-4\times2\times(1)=16-8=8>0$$

بما أن $\Delta\succ0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$$x_1=\frac{-(-4)+\sqrt{8}}{2\times1} \text{ و } x_2=\frac{-(-4)-\sqrt{8}}{2\times1}$$

$$x_1=\frac{4+2\sqrt{2}}{2}=\frac{2\left(2+\sqrt{2}\right)}{2}=2+\sqrt{2}$$

$x_2=\frac{4-2\sqrt{2}}{2}=\frac{2\left(2-\sqrt{2}\right)}{2}=2-\sqrt{2}$ ومنه: $S=\left\{2-\sqrt{2},2+\sqrt{2}\right\}$

(6 $x^2+5x+7=0$ $a=1$ و $b=5$ و $c=7$

$$\Delta=b^2-4ac=5^2-4\times1\times7=25-28=-3<0$$

بما أن $\Delta\prec0$ **فان المعادلة ليس لها حل في** $\mathbb{R}$ ومنه: $S=\varnothing$

(7 $2x^2-4x+6=0$ $a=2$ و $b=-4$ و $c=6$

$$\Delta=b^2-4ac=(-4)^2-4\times2\times6=16-48=-32<0$$

بما أن $\Delta\prec0$ **فان المعادلة ليس لها حل في** $\mathbb{R}$ ومنه: $S=\varnothing$

(8 $x^2-4x-21=0$ $a=1$ و $b=-4$ و $c=-21$

$$\Delta=b^2-4ac=(-4)^2-4\times1\times(-21)=16+84=100=(10)^2>0$$

بما أن $\Delta\succ0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$$x_1=\frac{-(-4)+\sqrt{100}}{2\times1} \text{ و } x_2=\frac{-(-4)-\sqrt{100}}{2\times1}$$

$x_1=\frac{4+10}{2}=\frac{14}{2}=7$ و $x_1=\frac{4-10}{2}=\frac{-6}{2}=-3$ ومنه: $S=\{-3,7\}$

(9 $3x^2-6x+3=0$ $a=3$ و $b=-6$ و $c=3$

$$\Delta=b^2-4ac=(-6)^2-4\times3\times3=36-36=0$$

بما أن $\Delta=0$ فان هذه المعادلة تقبل حلا وحيدا مزدوجا هو :

$x=\frac{-b}{2a}$ يعني $x=\frac{-(-6)}{2\times3}=\frac{6}{6}=1$ ومنه: $S=\{1\}$

IV.إشارة ثلاثية الحدود ax^2+bx+c:

الحالة1: إذا كان $\Delta\succ0$ و x_1 و x_2 هما جذري ثلاثية الحدود فان:

x	$-\infty$	x_1		x_2	$+\infty$
$P(x)=ax^2+bx+c$	اشارة a	0	عكس اشارة a	0	اشارة a

الحالة2: إذا كان $\Delta=0$: و x_1 هو الجذر الوحيد المزدوج فان:

x	$-\infty$	x_1	$+\infty$
$P(x)=ax^2+bx+c$	اشارة a	0	اشارة a

الحالة3: إذا كان $\Delta \prec 0$ فان إشارة $P(x)$ هي إشارة العدد a فإن:

x	$-\infty$	$+\infty$
$P(x)=ax^2+bx+c$	اشارة a	

مثال1:

1. أدرس إشارة الحدودية $P(x)=2x^2-3x+1$
2. حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $2x^2-3x+1\ge0$

أجوبة: 1) $P(x)=2x^2-3x+1$ $\quad a=2$

$\Delta=b^2-4ac=(-3)^2-4\times2\times1=9-8=1>0$

بما أن $\Delta\succ0$ فان للحدودية جذرين هما:

$x_1=\frac{-(-3)+\sqrt{1}}{2\times2}=\frac{3+1}{4}=1$ و $x_1=\frac{3-1}{4}=\frac{1}{2}$ ومنه:

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

2) حل المتراجحة : $S=\left]-\infty,\frac{1}{2}\right]\cup[1,+\infty[$

مثال2:

1. أدرس إشارة الحدودية $P(x)=-2x^2+4x-2$
2. حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $-2x^2+4x-2\le0$

أجوبة: 1) $P(x)=-2x^2+4x-2$ $\quad a=-2$

$\Delta=b^2-4ac=(4)^2-4\times(-2)\times(-2)=16-16=0$

بما أن $\Delta=0$ فان هذه الحدودية لها جذر وحيد **هو:** $x_1=\frac{-(4)}{2\times(-2)}=1$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$P(x)=-2x^2+4x-2$		$-$	0	$-$	

2) حل المتراجحة : $S=\mathbb{R}$

مثال3:

1. أدرس إشارة الحدودية $P(x)=3x^2+6x+5$
2. حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $3x^2+6x+5<0$

أجوبة: 1) $P(x)=3x^2+6x+5$ $\quad a=3>0$

$\Delta=b^2-4ac=(6)^2-4\times3\times5=36-60=-24<0$ ومنه:

x	$-\infty$		$+\infty$
$P(x)=3x^2+6x+5$		$+$	

2) حل المتراجحة : $S=\varnothing$

تمرين8: **حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية** :

(1 $2x^2-4x+6\ge0$ (2 $4x^2-8x+3\le0$ (3 $x^2-3x-10<0$

أجوبة: 1) $2x^2-4x+6\ge0$ $\quad a=3>0$

$\Delta=b^2-4ac=16-48=-32<0$

x	$-\infty$		$+\infty$
$P(x)=3x^2+6x+5$		$+$	

ومنه: $S=\mathbb{R}$

2) $4x^2-8x+3\le0$ $\quad a=4$

$\Delta=b^2-4ac=(-8)^2-4\times4\times3=64-48=16>0$

بما أن $\Delta\succ0$ فان للحدودية جذرين هما:

$x_1=\frac{8+4}{2\times4}=\frac{12}{8}=\frac{3}{2}$ و $x_1=\frac{8-4}{8}=\frac{1}{2}$ ومنه:

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$4x^2-8x+3$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$S=\left[\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right]$

3) $x^2-3x-10<0$ $\quad a=4$

$\Delta=b^2-4ac=49>0$

بما أن $\Delta\succ0$ فان للحدودية جذرين هما:

$x_1=5$ و $x_2=-2$ ومنه:

x	$-\infty$		-2		5		$+\infty$
$4x^2-8x+3$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$S=]-2,5[$

V. النظمات:

نعتبر النظمة: $(S):\begin{cases}ax+by=c\\ a'x+b'y=c'\end{cases}$ حيث a و b و a' و b' و c' أعداد حقيقية.هناك عدة طرق لحل نظمة سبق أن درست طريقتين هما طريقة التعويض و التأليفة الخطية طبعا هناك طريقة أخرى انتبه

a. طريقة التعويض :

مثال: حل في $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ النظمة التالية : $\begin{cases}4x+y=10\\ -5x+2y=-19\end{cases}$

الجواب : نبحث عن y في المعادلة الأولى مثلا

$4x+y=10$ يعني $y=10-4x$

ونعوض y بقيمتها في المعادلة الثانية

$-5x+2y=-19$ يعني $-5x+2(10-4x)=-19$

يعني $-5x-8x=-19-20$ يعني $-13x=-39$ يعني $x=3$

ونعوض x ب 3 في المعادلة $y=10-4x$ فنجد $y=-2$

و منه: $S=\{(3,-2)\}$

b. طريقة التأليفة الخطية

مثال: حل في $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ النظمة التالية : $\begin{cases}4x+y=10\\ -5x+2y=-19\end{cases}$

الجواب :

نضرب المعادلة الأولى في العدد (-2) فنحصل على :

$\begin{cases}-8x-2y=-20\\-5x+2y=-19\end{cases}$ وبجمع المعادلتين طرف لطرف نجد:

$-8x-2y-5x+2y=-20-19$ يعني $-13x=-39$ يعني $x=3$

ونعوض x ب 3 في المعادلة $4x+y=10$ فنجد $y=-2$

و منه: $S=\{(3,-2)\}$

c. **طريقة المحددة :تعريف و خاصية:** العدد الحقيقي $ab'-a'b$ يسمى محددة النظمة (S) و نكتب: $\Delta=\begin{vmatrix}a & b\\a' & b'\end{vmatrix}$

- إذا كان $\Delta=0$ فان النظمة (S) قد لا يكون لها أي حل, و قد يكون لها عدد لا منته من الحلول.
- إذا كان $\Delta\neq0$ فان النظمة (S) تسمى نظمة كرامر و تقبل حلا وحيدا هو الزوج (x,y) حيث:

$$x=\frac{\begin{vmatrix}c & b\\c' & b'\end{vmatrix}}{\Delta}=\frac{cb'-c'b}{\Delta} \text{ و } y=\frac{\begin{vmatrix}a & c\\a' & c'\end{vmatrix}}{\Delta}=\frac{ac'-a'c}{\Delta}.$$

هذه الطريقة تسمى طريقة المحددة.

مثال: طريقة المحددة:

حل في $\mathbb{R}^2$ النظمة: $(1)\begin{cases}x+2y=4\\-x+4y=2\end{cases}$

الجواب : محددة النظمة (1) هي: $\Delta=\begin{vmatrix}1 & 2\\-1 & 4\end{vmatrix}=6\neq0$ و منه النظمة تقبل حلا وحيدا:هو $x=\frac{\begin{vmatrix}4 & 2\\2 & 4\end{vmatrix}}{\Delta}=\frac{12}{6}=2$ و $y=\frac{\begin{vmatrix}1 & 4\\-1 & 2\end{vmatrix}}{\Delta}=\frac{6}{6}=1$ و منه: $S=\{(2,1)\}$

تمرين 9: حل في $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ النظمات التالية :

1) $\begin{cases}2x-y=-1\\3x+2y=9\end{cases}$

2) $\begin{cases}x-2y=-4\\-2x+3y=5\end{cases}$ 3) $\begin{cases}-7x-3y=4\\4x+5y=-2\end{cases}$

أجوبة :

1) $\begin{cases}2x-y=-1\\3x+2y=9\end{cases}$ نبحث عن y في المعادلة الأولى مثلا

$2x-y=-1$ يعني $y=2x+1$

ونعوض y بقيمتها في المعادلة الثانية

$3x+2(2x+1)=9$ يعني $-5x+2y=-19$

يعني $7x+2=9$ يعني $7x=7$ يعني $x=1$

ونعوض x ب 1 في المعادلة $y=2x+1$ فنجد $y=3$

و منه: $S=\{(1,3)\}$

2) $\begin{cases}x-2y=-4\\-2x+3y=5\end{cases}$

نضرب المعادلة الأولى في العدد (2) فنحصل على :

$\begin{cases}2x-4y=-8\\-2x+3y=5\end{cases}$ وبجمع المعادلتين طرف لطرف نجد:

$2x-4y-2x+3y=-8+5$ يعني $-y=-3$ يعني $y=3$

ونعوض y ب 3 في المعادلة $x-2y=-4$ فنجد $x=2$

و منه: $S=\{(2,3)\}$

3) محددة النظمة (1) هي: $\Delta=\begin{vmatrix}-7 & -3\\4 & 5\end{vmatrix}=-35+12=-23\neq0$

و منه النظمة تقبل حلا وحيدا:

هو $x=\frac{\begin{vmatrix}4 & -3\\-2 & 5\end{vmatrix}}{\Delta}=-\frac{14}{23}$ و $y=\frac{\begin{vmatrix}-7 & 4\\4 & -2\end{vmatrix}}{\Delta}=-\frac{2}{23}$ و منه: $S=\left\{\left(-\frac{14}{23},-\frac{2}{23}\right)\right\}$

تمارين للبحث

تمرين 1 : حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

(1 $2x^2-4x+6=0$ (2 $4x^2-8x+3=0$

(3 $3x^2-6x+3=0$ (4 $2x^2-2\sqrt{2}x+1=0$

(5 $x^2-4x+2=0$ (6 $x^2+5x+7=0$

تمرين 2 : 1)حل جبريا النظمة التالية : $\begin{cases}x+y=14\\5x+3y=50\end{cases}$.

2) ملأ شخص أربع عشرة قنينة بخمس لترات من عصير فواكه . إذا علمت أن القنينات نوعان : قنينات سعة كل واحدة منها 0,5 لترا و قنينات سعة كل واحدة منها 0,3 لترا، حدد عدد القنينات من كل نوع .

تمرين 3 :

1) حل المعادلة : $(2x-3)(4-3x)=0$.

2) حل المتراجحة : $5x-2<2(x+5)$.

3) اشترى شخص محسبة و كتابا بثمن 153 درهما. إذا علمت أن نصف ثمن المحسبة ينقص بثمانية عشر درهما عن ثلثي ثمن الكتاب، أحسب ثمن المحسبة .

تمرين 4 :

1) حل النظمة : $\begin{cases}x+y=20\\2x+5y=61\end{cases}$.

2) يتوفر أحمد على 61 درهما موزعة على 20 قطعة نقدية بعضها من فئة درهمين ، والبعض الآخر من فئة خمسة دراهم. أحسب عدد القطع النقدية من كل فئة

تمرين 5 :

1) أ) حل المعادلة التالية : $\frac{2x}{3}-\frac{5}{6}=x-\frac{3}{2}$.

ب) حل المتراجحة التالية : $2-3x>x+7$.

2) أ) حل النظمة : $\begin{cases}3x+5y=72\\x+y=20\end{cases}$.

ب) واجب زيارة أحد المتاحف هو 3 دراهم للأطفال و 5 دراهم للكبار.

أدى فوج من 20 زائر مبلغ 72 درهما لزيارة هذا المتحف. حدد عدد الأطفال و عدد الكبار في هذا الفوج .

$$\left\{\begin{array}{l}2x-5y=-13\\3x+2y=9\end{array}\right. \quad (1$$

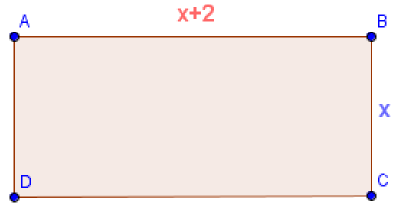
$$\left\{\begin{array}{l}x-2y=1\\-2x+4y=-2\end{array}\right. \quad (2$$

تربيض وضعيات :

نشاط

أحسب طول عرض مستطيل اذا علمت أن طوله يزيد عن عرضه ب $2cm$ وأن مساحته تساوي $15cm^2$

الجواب



ليكن x **وعرض مستطيل اذن طوله هو :** $x+2$ ومنه مساحته هي :

$$S=x(x+2)=15$$

ومنه نحصل عن معادلة من الدرجة الثانية :

$x^2+2x-15=0$: $a=1$ و $b=2$ و $c=-15$

$$\Delta=b^2-4ac=(2)^2-4\times1\times(-15)=64>0$$

بما أن $\Delta \succ 0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$x_1=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ **و** $x_2=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1=\dfrac{-2+8}{2\times1}=3$ **و**

$$x_2=\frac{-2-8}{2\times1}=-5<0$$

ومنه: بما أن عرض مستطيل لا يمكن أن يكون سالبا :

نأخذ $x=3$ وبالتالي طوله هو : $5cm$