

ملخص وفواعدي في الرياضيات

مستوى: السنة الثانية من سلك البكالوريا

- شعبة التعليم الأصلي: مسلك العلوم الشرعية و مسلك اللغة العربية
- شعبة الآداب و العلوم الإنسانية: مسلك الآداب و مسلك العلوم الإنسانية
- من انجاز: الأستاذ نجيب عثمانى أستاذ مادة الرياضيات في الثانوي تاهيلي

ملخص درس الاحتمالات

" ظهور رقم قابل للقسمة على 3 " C هو حدث آخر
يعني: $C = \{3; 6\}$

الحدث $A \cap B$ هو الحدث A و B ويقرأ تقاطع الحدثين A و B
 $A \cap B = \emptyset$ ونقول الحدثين A و B منفصلين أو غير منسجمين

$$A \cap C = \{6\}$$

الحدث الابتدائي: كل حدث يحتوي على إمكانية واحدة يسمى حدثاً
مثال: $A \cap C = \{6\}$ حدث ابتدائي.

الحدث $A \cup B$ هو الحدث A أو B . ويقرأ اتحاد الحدثين A و B
الحدث $A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} = \Omega$ هو الحدث الأكيد

$$A \cup C = \{2; 3; 4; 6\}$$

نعتبر الحدث التالي: " عدم ظهور رقم قابل للقسمة على 3 " D
الحدث $D = \{1; 2; 4; 5\}$ يسمى الحدث المضاد للحدث C

$$D = \overline{C}$$

ونكتب $D = \overline{C}$
خاصية: ليكن Ω كون إمكانية تجربة عشوائية،
عند فرضية تساوي الاحتمالات فان احتمال حدث نرسم له

بالرمز $p(A)$ ولدينا: $p(A) = \frac{\text{Card}A}{\text{Card}\Omega}$ ولدينا أيضاً:

$$0 \leq p(A) \leq 1, A \text{ حدث و } p(\emptyset) = 0 \text{ و } p(\Omega) = 1$$

$$\text{ولكل حدث } A \text{ لدينا } p(\overline{A}) = 1 - p(A)$$

ولكل حدثين غير منسجمين A و B (أي $A \cap B = \emptyset$)

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B)$$

ولكل حدثين A و B لدينا

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

مثال: A و B حدثان مرتبطين بنفس التجربة العشوائية بحيث:

$$p(A) = 0,7 \text{ و } p(B) = 0,4 \text{ و } p(A \cap B) = 0,3$$

$$\text{أحسب: } p(\overline{A}) \text{ و } p(\overline{B}) \text{ و } p(A \cup B)$$

$$\text{الجواب: } p(\overline{A}) = 1 - p(A) = 1 - 0,7 = 0,3$$

$$p(\overline{B}) = 1 - p(B) = 1 - 0,4 = 0,6$$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

$$= 0,7 + 0,4 - 0,3 = 0,8$$

❖ وأنواع السحب:

• عند السحب بالتتابع وبدون إحلال نستعمل الرمز A_n^P

• عند السحب الآني نستعمل الرمز C_n^P

• عند السحب بالتتابع وإحلال نستعمل مبدأ الجداء

انظر بعض الأمثلة في الصفحة 2

❖ تجربة عشوائية- مصطلحات:

نشاط 1: نذكر أن قطعة نقدية وجهين P و F

نرمي قطعة نقدية غير مزيفة مرة واحدة

هذه التجربة لا يمكن توقع نتيجتها مسبقاً وبشكل أكيد ومنه تسمى
التجربة العشوائية: نسمي تجربة عشوائية كل تجربة لا يمكن توقع

نتيجتها مسبقاً.

ماهي نتائج هذه التجربة العشوائية؟

يمكن الحصول على P أو F

P هي إمكانية و F هي إمكانية أخرى

إمكانية: كل نتيجة لتجربة عشوائية تسمى إمكانية.

اذن لهذه التجربة إكسيتين فقط اذن مجموعة الإمكانيات هي :

$$\Omega = \{P; F\}$$

كون الإمكانيات: مجموعة كل الإمكانيات لتجربة عشوائية تسمى كون

الإمكانيات و نرسم لها بالرمز Ω , و تسمى أيضاً الحدث الأكيد.

أوتسمى فضاء الإمكانيات والكتابة: $\text{card}(\Omega) = 2$ (إكسيتين

فقط) تقرأ رئيسي المجموعة Ω

نشاط 2: نرمي قطعة نقدية غير مزيفة مرتين متتاليتين

ماهي نتائج هذه التجربة العشوائية؟

يمكن الحصول على PP أو FF أو FP أو PF

PP هي إمكانية و FF هي إمكانية أخرى

اذن لهذه التجربة 4 إمكانيات فقط اذن مجموعة الإمكانيات هي :

$$\Omega = \{PP; FF; PF; FP\}$$

وهي فضاء الإمكانيات ولدينا: $\text{card}(\Omega) = 4$ (4 إمكانيات فقط)

يمكن لنا استعمال شجرة الإمكانيات للبحث عن كل الإمكانيات

❖ الاحتمالات و مصطلحات:

نشاط 4: نرمي نرد مكعب و وجوه الستة مرقمة من 1 إلى 6 واحدة
هو تجربة عشوائية و كون الإمكانيات المرتبط بهذه التجربة

$$\text{هو: } \Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$$

نعتبر: "الحصول على عدد زوجي" A يعني $A = \{2; 4; 6\}$

A جزء من الكون Ω ويسمى حدثاً

الحدث: كل مجموعة مكونة من إمكانية أو أكثر (أي كل جزء من

الكون Ω).

" ظهور رقم فردي " B هو حدث آخر يعني: $B = \{1; 3; 5\}$

❖ وأنواع السحب: أمثلة

مثال 1: يحتوي صندوق غير كاشف على 5 كرات بيضاء و 3

كرات سوداء و كرتين حمراوين

نسحب عشوائيا من الصندوق كرة واحدة

1. حدد $card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانات

2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب كرة بيضاء " B و " سحب كرة سوداء " N و

سحب كرة حمراء " R و " عدم سحب كرة سوداء " D

(الجواب: 1) $card(\Omega) = 10$ وهو ببساطة عدد الكرات في الصندوق

$$p(N) = \frac{CardN}{Card\Omega} = \frac{3}{10} \quad p(B) = \frac{CardB}{Card\Omega} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$p(R) = \frac{CardR}{Card\Omega} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

D هو الحدث المضاد للحدث N أي $\bar{N} = D$ ومنه

$$p(D) = p(\bar{N}) = 1 - p(N) = 1 - 0.3 = 0.7$$

مثال 2: يحتوي صندوق غير كاشف على أقرص مرقمة :

قرصان منهم يحملان الرقم 1 و ثلاث أقرص منهم يحملون الرقم 2 و

سبعة أقرص تحمل الرقم 4

نسحب عشوائيا من الصندوق قرصا واحدا

1. حدد $card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانات

2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب قرص يحمل الرقم 1 " A " سحب قرص يحمل الرقم

3 " B " سحب قرص يحمل رقم زوجي " C

" سحب رقم أصغر من أو يساوي 2 " D " سحب قرص

لا يحمل الرقم 1 " E

(الجواب: 1) $card(\Omega) = 12$ وهو ببساطة عدد الكرات في الصندوق

$$p(A) = \frac{CardA}{Card\Omega} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} \quad p(B) = \frac{CardB}{Card\Omega} = \frac{0}{12} = 0 \quad (2)$$

$$p(D) = \frac{CardD}{Card\Omega} = \frac{5}{12} \quad p(C) = \frac{CardC}{Card\Omega} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

E هو الحدث المضاد للحدث A أي $\bar{A} = E$ ومنه

$$p(E) = p(\bar{A}) = 1 - p(A) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

مثال 3: أحسب : $4!$ و C_7^4 و A_7^4

(الجواب: $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ و

$$C_7^4 = \frac{7!}{4!(7-4)!} = \frac{7!}{4!3!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4!3!} = \frac{7 \times 6 \times 5}{3!} = 35$$

$$A_7^4 = 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$$

مثال 4: السحب تآبيا- التآليات

يحتوي صندوق غير كاشف على 3 كرات بيضاء و 5 كرات حمراء
نسحب عشوائيا كرتين من الصندوق في آن واحد

1. حدد $card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانات

2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب كرتين بيضاوين " B " سحب كرتين حمراوين " R

" سحب كرتين من نفس اللون " M

" سحب كرتين من لون مختلف " D

$$= \frac{8!}{2!(8-2)!} = \frac{8!}{2!6!} = \frac{8 \times 7 \times 6!}{2!6!} = \frac{8 \times 7}{2!} = 28 \quad (1: \text{الأجوبة})$$

$$card(\Omega) = C_8^2$$

$$p(R) = \frac{CardR}{Card\Omega} = \frac{C_5^2}{C_8^2} = \frac{10}{28} \quad p(B) = \frac{CardB}{Card\Omega} = \frac{C_3^2}{C_8^2} = \frac{3}{28} \quad (2)$$

$$C_5^2 = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5!}{2!3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2!3!} = \frac{5 \times 4}{2!} = 10$$

سحب كرتين من نفس اللون أي سحب كرتين بيضاوين أو كرتين

$$\text{حمراوين} \quad p(M) = \frac{CardM}{Card\Omega} = \frac{C_3^2 + C_5^2}{C_8^2} = \frac{3 + 10}{28} = \frac{13}{28}$$

D هو الحدث المضاد للحدث M أي $\bar{M} = D$ ومنه

$$p(D) = p(\bar{M}) = 1 - p(M) = 1 - \frac{13}{28} = \frac{15}{28}$$

مثال 5: السحب بدون إحلال- الترتيبات بدون تكرار

يحتوي صندوق غير كاشف على 3 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء
نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال كرتين من الصندوق :

1. حدد $card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانات

2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب كرتين بيضاوين " B

" سحب كرتين سوداوين " N

$$card(\Omega) = A_7^2 = 7 \times 6 = 42 \quad (1: \text{الجواب})$$

$$p(B) = \frac{CardB}{Card\Omega} = \frac{A_3^2}{A_7^2} = \frac{3 \times 2}{7 \times 6} = \frac{1}{7} \quad (2)$$

$$p(N) = \frac{CardN}{Card\Omega} = \frac{A_4^2}{A_7^2} = \frac{4 \times 3}{7 \times 6} = \frac{2 \times 2 \times 3}{7 \times 6} = \frac{2}{7}$$

مثال 6: السحب بإحلال- الترتيبات بتكرار:

يحتوي صندوق غير كاشف على 3 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء
نسحب عشوائيا بالتتابع وبإحلال

كرتين من الصندوق :

1. حدد $card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانات

2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب كرتين بيضاوين " B " سحب كرتين سوداوين " N

$$card(\Omega) = 7 \times 7 = 7^2 = 49 \quad (1: \text{الجواب})$$

$$p(B) = \frac{CardB}{Card\Omega} = \frac{3 \times 3}{49} = \frac{9}{49} \quad (2)$$

$$p(N) = \frac{CardN}{Card\Omega} = \frac{4 \times 4}{7 \times 7} = \frac{16}{49}$$