

(3) وجدنا  $\overline{BD} = \frac{1}{2}\overline{MN}$  يعني  $\overline{MN} = 2\overline{BD}$

ووجدنا  $\overline{BD} = -\frac{1}{3}\overline{PQ}$  يعني  $\overline{PQ} = -3\overline{BD}$

من 1 و 2 نستنتج أن:  $\frac{1}{2}\overline{MN} = -\frac{1}{3}\overline{PQ}$  أي  $\overline{MN} = -\frac{2}{3}\overline{PQ}$

ومنه المتجهين  $\overline{MN}$  و  $\overline{PQ}$  مستقيمان .

(4) وجدنا  $\overline{MN} = -\frac{2}{3}\overline{PQ}$  اذن المستقيمان  $(MN)$  و  $(PQ)$

متوازيان

**تمرين 4:** ليكن  $ABCD$  رباعي الأوجه و  $M$  نقطة من الفضاء بحيث :

$$\overline{AM} = \overline{AD} + \frac{1}{2}\overline{AB} + \overline{DC}$$

1. أكتب المتجه  $\overline{AM}$  بدلالة  $\overline{AB}$  و  $\overline{AC}$

2. استنتج أن النقطة  $M$  تنتمي إلى المستوى  $(ABC)$

3. استنتج أن المتجهات  $\overline{IJ}$  و  $\overline{AB}$  و  $\overline{EC}$  مستوائية .

**أجوبة (1):**

$$\overline{AM} = \overline{AD} + \frac{1}{2}\overline{AB} + \overline{DC} = \overline{AB} + \overline{BD} + \frac{1}{2}\overline{AB} + \overline{DA} + \overline{AC}$$

$$\overline{AM} = \overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{AB} + \overline{BA} + \overline{AC} = \overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{AB} - \overline{AB} + \overline{AC}$$

$$\overline{AM} = \frac{1}{2}\overline{AB} + 1 \times \overline{AC}$$

(2) وجدنا  $\overline{AM} = \frac{1}{2}\overline{AB} + 1 \times \overline{AC}$

ومنه النقطة  $M$  تنتمي إلى المستوى  $(ABC)$

(3) وجدنا  $\overline{AM} = \frac{1}{2}\overline{AB} + 1 \times \overline{AC}$  ومنه المتجهات  $\overline{AM}$  و  $\overline{AB}$

و  $\overline{AC}$  مستوائية

**تمرين 1:** لتكن  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  أربع نقط غير مستقيمية بين أنه اذا كان :  $\overline{MA} + \overline{MC} = \overline{MB} + \overline{MD}$  لكل  $M$  من الفضاء فان :  $ABCD$  متوازي الأضلاع.

**الجواب:** يكفي أن نبين مثلا أن :  $\overline{AB} = \overline{DC}$ ؟؟؟؟  
لدينا :

$$\overline{MA} + \overline{MC} = \overline{MA} + \overline{AB} + \overline{MC} + \overline{CD} \text{ يعني } \overline{MA} + \overline{MC} = \overline{MB} + \overline{MD}$$

$$\text{يعني } \overline{0} = \overline{AB} + \overline{CD} \text{ يعني } \overline{AB} = \overline{DC}$$

**تمرين 2:** نضع :  $\vec{u} = 3\overline{MA} - 2\overline{MC} + 4\overline{MB} - 5\overline{MD}$  لكل  $M$  من الفضاء

بين أن : المتجهة  $\vec{u}$  غير مرتبطة بالنقطة  $M$

**الجواب :**  $\vec{u} = 3\overline{MA} - 2\overline{MA} - 2\overline{AC} + 4\overline{MA} + 4\overline{AB} - 5\overline{MA} - 5\overline{AD}$

يعني

$$\vec{u} = -2\overline{AC} + 4\overline{AB} - 5\overline{AD} \text{ ومنه المتجهة } \vec{u} \text{ غير مرتبطة بالنقطة } M$$

**تمرين 3:** ليكن  $ABCD$  رباعي الأوجه

نعتبر النقط  $M$  و  $N$  و  $P$  و  $Q$  أربع نقط بحيث :

$$\overline{AM} = 2\overline{AB} \text{ و } \overline{AN} = 2\overline{AD} \text{ و } \overline{CQ} = 3\overline{CB} \text{ و } \overline{CP} = 3\overline{CD}$$

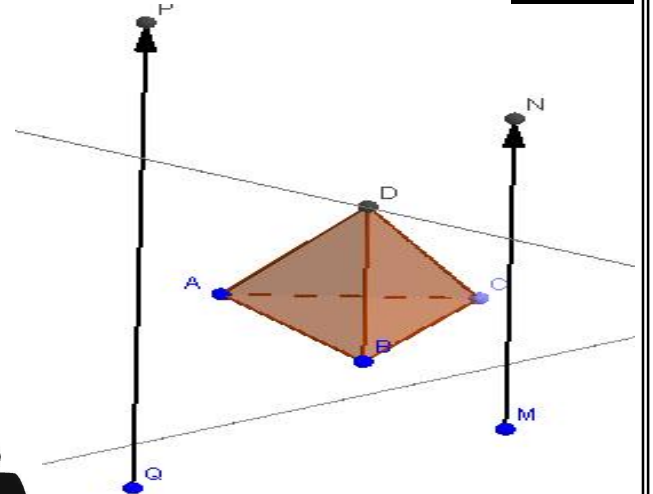
1. أنشئ الشكل .

2. أكتب كلا من المتجهين  $\overline{MN}$  و  $\overline{PQ}$  بدلالة  $\overline{BD}$

3. استنتج أن المتجهين  $\overline{MN}$  و  $\overline{PQ}$  مستقيمان .

4. ماذا تستنتج بالنسبة للمستقيمين  $(MN)$  و  $(PQ)$  ؟

**أجوبة (1):** الشكل



$$\overline{MN} = \overline{MA} + \overline{AN} = -\overline{AM} + \overline{AN} = -2\overline{AB} + 2\overline{AD} \quad (2)$$

$$\overline{MN} = 2\overline{BA} + 2\overline{AD} = 2(\overline{BA} + \overline{AD}) = 2\overline{BD}$$

$$\overline{PQ} = \overline{PC} + \overline{CQ} = -\overline{CP} + \overline{CQ} = -3\overline{CD} + 3\overline{CB} = -3(\overline{CD} - \overline{CB})$$

$$\overline{PQ} = -3(\overline{CD} + \overline{BC}) = -3(\overline{BC} + \overline{CD}) = -3\overline{BD}$$

« c'est en forgeant que l'on devient forgeron » dit un proverbe. c'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

