

أولمبياد الرياضيات

مدة الانجاز : 3س

اضبط ساعتك و أنجز هذا الأولمبياد في ورقة مزدوجة و نظيفة محترما الوقت المحدد مع احترام ضوابط وطقوس انجاز فرض .

تمرين 1 (2ن+2ن)

$$c \in \mathbb{R}^+ \text{ و } b \in \mathbb{R}^+ \text{ و } a \in \mathbb{R}^+$$

$$1. \text{ بين أن } a+b \geq 2\sqrt{ab}$$

$$2. \text{ استنتج أن } (a+b)(b+c)(a+c) \geq 8abc$$

تمرين 2 (2ن)

حدد الأعداد الصحيحة الطبيعية a و b و c بحيث : $2^a \times 5^b \times 7^c = 700$

تمرين 3 (1ن+2ن)

n عدد صحيح طبيعي غير منعدم

$$1. \text{ تحقق أن : } \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

$$2. \text{ أحسب وبسط : } S = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{2013 \times 2014} + \frac{1}{2014 \times 2015}$$

تمرين 4 (2ن)

x عدد حقيقي عمل $x^4 + 1$

تمرين 5 (1ن+2ن)

x و y عدنان حقيقيان

$$1. \text{ بسط : } (x-y)(x^2 + xy + y^2)$$

$$2. \text{ بين أن : } 3^{36} - 2^{36} \text{ قابل للقسمة على } 13$$

تمرين 6 (2ن)

$$A = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{5}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2013}+\sqrt{2014}} + \frac{1}{\sqrt{2014}+\sqrt{2015}}$$

تمرين 7 (1ن+3ن)

ليكن ABC مثلثا و نعتبر النقطتان D و E بحيث : $\overline{AD} = 2\overline{AB} + \overline{AC}$ و $\overline{BE} = \frac{1}{3}\overline{BC}$

1. أنشئ شكلا مناسبيا

2. بين أن النقط : D و E و A مستقيمية



« c'est en forgeant que l'on devient forgeron » dit un proverbe.

ترقبوا نتائج الأولمبياد والتصحيح في الموقع التالي : <http://xyzmath.voila.net>

أولمبياد من اقتراح الأستاذ نجيب عثمانى