

المادة: الرياضيات
سلسلة 1: درس المتتاليات

تمرين 8: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 3n + 1$$

1. تحقق أن $(u_n)_{n \geq 0}$ حسابية

2. أحسب المجموع: $S_6 = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_6$

تمرين 9: نعتبر متتالية حسابية $(u_n)_{n \geq 0}$

$$u_0 = 3 \quad r = 2 \quad \text{وحدها الأول}$$

1. أحسب u_1 و u_2 و u_3

2. أكتب u_n بدلالة n

3. أحسب المجموع: $S_6 = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{10}$

تمرين 10: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بالصيغة

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 2 \times 3^n$$

1. أحسب حدها الأول u_0

2. أحسب $\frac{u_{n+1}}{u_n} \quad \forall n \in \mathbb{N}$ ماذا تستنتج؟

تمرين 11: نعتبر المتتالية العددية (u_n)

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 3 \times \left(\frac{2}{5}\right)^n$$

بين أن (u_n) متتالية هندسية و حدد أساسها و حدها الأول

تمرين 12: نعتبر المتتالية الهندسية (u_n) بحيث حدها الأول

$$u_0 = 81 \quad \text{و أساسها: } q = \frac{1}{3}$$

1. أكتب u_n بدلالة n

2. أحسب u_1 و u_2 و u_3

3. حدد العدد الصحيح الطبيعي n بحيث $u_n = 1$

تمرين 13: نعتبر المتتالية الهندسية (u_n) بحيث حدها الأول

$$u_0 = 5 \quad \text{و } u_3 = 40$$

1. تحقق أن أساس المتتالية (u_n) هو $q = 2$

2. أكتب u_n بدلالة n

3. أحسب u_4

4. حدد العدد الصحيح الطبيعي n بحيث $u_n = 160$

تمرين 14: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$

$$\text{المعرفة بالصيغة التالية: } u_{n+1} = 3 \times u_n \quad \text{و } u_0 = 2$$

$$\forall n \in \mathbb{N}$$

1. تحقق أن $(u_n)_{n \geq 0}$ هندسية

تمرين 1: لاحظ ثم أتمم بأربعة أعداد ملائمة لتسلسل كل متتالية من المتتاليات التالية:

$$(1) \quad 0, 2, 4, 6, 8, 10, \dots$$

$$(2) \quad 6, 3, 0, -3, -6, -9, -12, \dots$$

$$(3) \quad 1, 3, 9, 27, 81, 243, \dots$$

$$(4) \quad 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \dots$$

$$(5) \quad 1, 4, 9, 16, 25, 36, \dots$$

تمرين 2: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 2n + 3$$

1. أحسب حدها الأول u_0

2. أحسب الحدود الأربعة الأولى للمتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$

تمرين 3: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بالصيغة

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 2n - 1$$

1. أحسب حدها الأول u_0 و أحسب الحدود الأربعة الأولى للمتتالية

$$(u_n)_{n \geq 1}$$

2. أحسب $u_{n+1} - u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}$ ماذا تستنتج؟

تمرين 4: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي:

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 5n + 6$$

أحسب: $u_{n+1} - u_n$ و ماذا تستنتج؟

تمرين 5: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة

$$\text{كالتالي: } \forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \frac{n+3}{4}$$

بين أن المتتالية (u_n) حسابية و حدد أساسها و حدها الأول

تمرين 6: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي:

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 2n + 3$$

1. أحسب: $u_{n+1} - u_n$

2. ماذا تستنتج؟

تمرين 7:

1. لتكن (u_n) متتالية حسابية أساسها $r = \frac{1}{2}$ و حدها الأول $u_0 = 1$

أحسب المجموع التالي: $S_1 = u_3 + u_4 + u_5 + \dots + u_{30}$

2. لتكن (u_n) متتالية حسابية أساسها $r = -2$ و حدها الأول

$$u_0 = 4$$

أحسب المجموع التالي: $S_2 = u_7 + u_8 + u_9 + \dots + u_{25}$

تمرين 20: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1 \\ u_0 = 10 \end{cases}$$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = u_n - 3$$

1. أحسب u_1 و u_2 و v_0 و v_1

2. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{3}$

3. أكتب v_n بدلالة n واستنتج u_n بدلالة n

تمرين 21: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة

$$\text{كالتالي : } \forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = 3u_n + \frac{3}{2} \\ u_0 = \frac{1}{3} \end{cases} \text{ ونعتبر المتتالية العددية } (v_n)$$

$$\text{المعرفة كالتالي : } \forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = u_n + \frac{3}{4}$$

1. أحسب u_1 و u_2 و v_0 و v_1

2. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها 3

3. أكتب v_n بدلالة n

4. استنتج أن : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \frac{13}{12} \times 3^n - \frac{3}{4}$

5. أحسب : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$

تمرين 22: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 2 \\ u_0 = -1 \end{cases} \text{ ونعتبر المتتالية العددية } (v_n) \text{ المعرفة}$$

$$\text{كالتالي : } \forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = u_n - \frac{8}{3}$$

1. أحسب v_0 و v_1

2. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{4}$

3. أكتب v_n بدلالة n

4. استنتج u_n بدلالة n

5. أحسب : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$

6. بين أن :

$$v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{n-1} = -\frac{44}{9} \left(1 - \left(\frac{1}{4} \right)^n \right)$$

$$\text{بين أن : } u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1} = -\frac{44}{9} \left(1 - \left(\frac{1}{4} \right)^n \right) + \frac{8}{3}n$$

« c'est en forgeant que l'on devient forgeron » dit un proverbe.
c'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien



2. عبر عن U_n بدلالة n

3. أحسب المجموع : $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$

تمرين 15: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بالعلاقة

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3 \end{cases} \text{ : الترجيعية التالية :}$$

أحسب الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n)

تمرين 16: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = 2u_n + 2 \\ u_0 = 2 \end{cases}$$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة

$$\text{كالتالي : } \forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = u_n + 2$$

1. أحسب u_1 و u_2 و v_0 و v_1

2. أحسب $\frac{v_{n+1}}{v_n}$ واستنتج طبيعة المتتالية (v_n)

3. أكتب v_n بدلالة n (4) استنتج u_n بدلالة n

تمرين 17: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - \frac{1}{2} \\ u_0 = 3 \end{cases}$$

$$\forall n \in \mathbb{N}$$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة

$$\text{كالتالي : } \forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = u_n + 1$$

1. أحسب u_1 و u_2 و v_0 و v_1

2. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$

3. أكتب v_n بدلالة n واستنتج u_n بدلالة n

4. أحسب بدلالة n المجموع : $S = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$

تمرين 18: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{3}{2}u_n - 1 \\ u_0 = -1 \end{cases}$$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة

$$\text{كالتالي : } \forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = u_n - 2$$

1. أحسب u_1 و u_2 و v_0 و v_1

2. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{3}{2}$

3. أكتب v_n بدلالة n واستنتج u_n بدلالة n

تمرين 19: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3 \\ u_0 = 2 \end{cases}$$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة

$$\text{كالتالي : } \forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = u_n + 6$$

1. أحسب u_1 و u_2 و v_0 و v_1

2. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$

3. أكتب v_n بدلالة n واستنتج u_n بدلالة n