

المادة: الرياضيات  
**سلسلة 1: درس المتتاليات**

**تمرين 8:** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 3n + 1$$

1. تحقق أن  $(u_n)_{n \geq 0}$  حسابية
2. أحسب المجموع:  $S_6 = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_6$

**تمرين 9:** نعتبر متتالية حسابية  $(u_n)_{n \geq 0}$

$$u_0 = 3 \quad r = 2 \quad \text{وحدها الأول}$$

1. أحسب  $u_1$  و  $u_2$  و  $u_3$
2. أكتب  $u_n$  بدلالة  $n$
3. أحسب المجموع:  $S_6 = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{10}$

**تمرين 10:** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة بالصيغة

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 2 \times 3^n$$

1. أحسب حدها الأول  $u_0$
2. أحسب  $\frac{u_{n+1}}{u_n}$   $\forall n \in \mathbb{N}$  ماذا تستنتج؟

**تمرين 11:** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 3 \times \left(\frac{2}{5}\right)^n$$

بين أن  $(u_n)$  متتالية هندسية و حدد أساسها و حدها الأول

**تمرين 12:** نعتبر المتتالية الهندسية  $(u_n)$  بحيث حدها الأول

$$u_0 = 81 \quad \text{و أساسها: } q = \frac{1}{3}$$

1. أكتب  $u_n$  بدلالة  $n$
2. أحسب  $u_1$  و  $u_2$  و  $u_3$
3. حدد العدد الصحيح الطبيعي  $n$  بحيث  $u_n = 1$

**تمرين 13:** نعتبر المتتالية الهندسية  $(u_n)$  بحيث حدها الأول

$$u_0 = 5 \quad \text{و } u_3 = 40$$

1. تحقق أن أساس المتتالية  $(u_n)$  هو  $q = 2$
2. أكتب  $u_n$  بدلالة  $n$
3. أحسب  $u_4$
4. حدد العدد الصحيح الطبيعي  $n$  بحيث  $u_n = 160$

**تمرين 14:** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \geq 0}$

$$\text{المعرفة بالصيغة التالية: } u_{n+1} = 3 \times u_n \quad \text{و } u_0 = 2 \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

1. تحقق أن  $(u_n)_{n \geq 0}$  هندسية

**تمرين 1:** لاحظ ثم أتمم بأربعة أعداد ملائمة لتسلسل كل متتالية من المتتاليات التالية:

$$(1) \quad 0, 2, 4, 6, 8, 10, \dots$$

$$(2) \quad 6, 3, 0, -3, -6, -9, -12, \dots$$

$$(3) \quad 1, 3, 9, 27, 81, 243, \dots$$

$$(4) \quad 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \dots$$

$$(5) \quad 1, 4, 9, 16, 25, 36, \dots$$

**تمرين 2:** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 2n + 3$$

$$1. \quad \text{أحسب حدها الأول } u_0$$

$$2. \quad \text{أحسب الحدود الأربعة الأولى للمتتالية } (u_n)_{n \geq 0}$$

**تمرين 3:** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة بالصيغة

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 2n - 1$$

1) أحسب حدها الأول  $u_0$  و أحسب الحدود الأربعة الأولى للمتتالية

$$(u_n)_{n \geq 1}$$

2) أحسب  $u_{n+1} - u_n$   $\forall n \in \mathbb{N}$  ماذا تستنتج؟

**تمرين 4:** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي:

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 5n + 6$$

أحسب:  $u_{n+1} - u_n$  و ماذا تستنتج؟

**تمرين 5:** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة

$$\text{كالتالي: } \forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \frac{n+3}{4}$$

بين أن المتتالية  $(u_n)$  حسابية و حدد أساسها و حدها الأول

**تمرين 6:** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي:

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = 2n + 3$$

$$1. \quad \text{أحسب: } u_{n+1} - u_n$$

2. ماذا تستنتج؟

**تمرين 7:**

1. لتكن  $(u_n)$  متتالية حسابية أساسها  $r = \frac{1}{2}$  و حدها الأول  $u_0 = 1$

$$\text{أحسب المجموع التالي: } S_1 = u_3 + u_4 + u_5 + \dots + u_{30}$$

2. لتكن  $(u_n)$  متتالية حسابية أساسها  $r = -2$  و حدها الأول

$$u_0 = 4$$

$$\text{أحسب المجموع التالي: } S_2 = u_7 + u_8 + u_9 + \dots + u_{25}$$

2. عبر عن  $U_n$  بدلالة  $n$

3. أحسب المجموع :  $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_5$

**تمرين 15 :** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بالعلاقة

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3 \end{cases}$$

أحسب الحدود الأربعة الأولى للمتتالية  $(u_n)$

**تمرين 16 :** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = 2u_n + 2 \\ u_0 = 2 \end{cases}$$

ونعتبر المتتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة

$$\text{كالتالي: } \forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = u_n + 2$$

1. أحسب  $u_1$  و  $u_2$  و  $v_0$  و  $v_1$

2. أحسب  $\frac{v_{n+1}}{v_n}$  واستنتج طبيعة المتتالية  $(v_n)$

3. أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  (4) استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$

**تمرين 17 :** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي :

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - \frac{1}{2} \\ u_0 = 3 \end{cases}$$

$$\forall n \in \mathbb{N}$$

ونعتبر المتتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة

$$\text{كالتالي: } \forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = u_n + 1$$

1. أحسب  $u_1$  و  $u_2$  و  $v_0$  و  $v_1$

2. بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $\frac{1}{2}$

3. أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  واستنتج  $u_n$  بدلالة  $n$

4. أحسب بدلالة  $n$  المجموع :  $S = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$

**تمرين 18 :** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{3}{2}u_n - 1 \\ u_0 = -1 \end{cases}$$

ونعتبر المتتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة

$$\text{كالتالي: } \forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = u_n - 2$$

1. أحسب  $u_1$  و  $u_2$  و  $v_0$  و  $v_1$

2. بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $\frac{3}{2}$

3. أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  واستنتج  $u_n$  بدلالة  $n$

**تمرين 19 :** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3 \\ u_0 = 2 \end{cases}$$

ونعتبر المتتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة

$$\text{كالتالي: } \forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = u_n + 6$$

1. أحسب  $u_1$  و  $u_2$  و  $v_0$  و  $v_1$

2. بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $\frac{1}{2}$

3. أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  واستنتج  $u_n$  بدلالة  $n$

**تمرين 20 :** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1 \\ u_0 = 10 \end{cases}$$

ونعتبر المتتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = u_n - 3$$

1. أحسب  $u_1$  و  $u_2$  و  $v_0$  و  $v_1$

2. بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $\frac{2}{3}$

3. أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  واستنتج  $u_n$  بدلالة  $n$

**تمرين 21 :** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة

$$\text{كالتالي: } \forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = 3u_n + \frac{3}{2} \\ u_0 = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\text{المعرفة كالتالي: } \forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = u_n + \frac{3}{4}$$

1. أحسب  $u_1$  و  $u_2$  و  $v_0$  و  $v_1$

2. بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها 3

3. أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$

4. استنتج أن :  $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = \frac{13}{12} \times 3^n - \frac{3}{4}$

5. أحسب :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$  و  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$

**تمرين 22 :** نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة كالتالي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 2 \\ u_0 = -1 \end{cases}$$

$$\text{كالتالي: } \forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = u_n - \frac{8}{3}$$

1. أحسب  $v_0$  و  $v_1$

2. بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $\frac{1}{4}$

3. أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$

4. استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$

5. أحسب :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$  و  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$

6. بين أن :

$$v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{n-1} = -\frac{44}{9} \left( 1 - \left( \frac{1}{4} \right)^n \right)$$

$$\text{بين أن: } u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1} = -\frac{44}{9} \left( 1 - \left( \frac{1}{4} \right)^n \right) + \frac{8}{3}n$$

« c'est en forgeant que l'on devient forgeron » dit un proverbe.  
c'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

