

تمرين 1: ليكن $\frac{\pi}{4}$ قياسا لزاوية المتجهتين \vec{u} و \vec{v} حيث: $\|\vec{u}\| = \frac{5}{2}\sqrt{2}$ و $\|\vec{v}\| = 4$ أحسب $\vec{u} \cdot \vec{v}$

تمرين 2: ليكن ABC مثلثا متساوي الأضلاع طول ضلعه يساوي 6cm وليكن H المسقط العمودي للنقطة C على المستقيم (AB) .

أحسب $\overline{CH} \cdot \overline{HB}$ و $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$

تمرين 3: ليكن EFG مثلثا بحيث: $EF = 5$ و $EG = 3$ و $\overline{EF} \cdot \overline{EG} = -6$ أحسب $\cos(\widehat{FEG})$

تمرين 4: ليكن ABC مثلثا بحيث $AB = 3$ و $AC = 4$ و $\widehat{BAC} = \frac{2\pi}{3}$ أحسب $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$

تمرين 5: لتكن \vec{u} و \vec{v} متجهتين بحيث: $\|\vec{u}\| = 5$ و $\|\vec{v}\| = 3$ و $\vec{u} \cdot \vec{v} = -\frac{3}{2}$ أحسب \vec{u}^2 و \vec{v}^2 و $(\vec{u} + \vec{v})^2$ و $(\vec{u} - \vec{v})^2$ و $(\vec{u} - \vec{v})(\vec{u} + \vec{v})$

$(5\vec{u} - \vec{v}) \cdot (5\vec{u} + \vec{v})$ و $(3\vec{u} - 2\vec{v}) \cdot (\vec{u} + 5\vec{v})$

تمرين 6: ليكن ABC مثلثا قائما في A و H المسقط العمودي للنقطة A على (BC) (بين أن: $AB^2 + AC^2 = BC^2$)

$$AC \times AB = AH \times BC \quad (2)$$

$$CA^2 = CH \times BC \quad (3)$$

تمرين 7: ليكن ABC مثلث قائم الزاوية في A و H المسقط العمودي للنقطة A على (BC) . أحسب: AC و BH و AH و HC

علما أن: $AB = 2cm$ و $BC = 5cm$

تمرين 8: ليكن ABC مثلثا بحيث: $\widehat{BAC} = \frac{2\pi}{3}$ و $AC = 8$ و $AB = 5$.

(1) أحسب BC (2) $\cos \widehat{ACB}$

تمرين 9: ليكن ABC مثلثا بحيث: $BC = 4cm$ و $AC = 6cm$

و $AB = 3cm$ و لتكن I منتصف $[BC]$ أحسب AI .

تمرين 10: ليكن ABM مثلثا بحيث: $AB = 4cm$ و $AM = 3cm$ و $BM = 4cm$

و لتكن I منتصف $[AB]$ و J منتصف $[AM]$ و K منتصف $[BM]$

أحسب المسافات MI و AK و BJ

تمرين 11: ليكن ABC مثلثا بحيث: $AB = 1$ و $AC = \sqrt{2}$ و $CB = 2$ و لتكن D نقطة بحيث $\overline{DB} + 2\overline{DC} = \vec{0}$

(1) بين أن: $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = -\frac{1}{2}$ واستنتج \widehat{A}

(2) اكتب: \overline{AD} بدلالة \overline{AB} و \overline{AC}

(3) أحسب $\overline{AD} \cdot \overline{AB}$ و استنتج طبيعة المثلث ABD

(4) أحسب AD

(5) ليكن I منتصف القطعة $[BC]$ و J منتصف القطعة $[AC]$ أحسب AI و BJ

تمرين 12: ليكن ABC مثلثا بحيث: $BC = 3$ و $AC = 2$

و $AB = \sqrt{7}$ و ليكن I منتصف القطعة $[BC]$

(1) باستعمال مبرهنة الكاشي أحسب $\cos(\widehat{BAC})$

(ب) أثبت أن: $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 1$

(ج) أحسب AI

(2) نعتبر النقطة M بحيث: $\overline{AM} = \frac{1}{3}\overline{AB} + \frac{1}{6}\overline{AC}$

(أ) أحسب $\overline{AM} \cdot \overline{AC}$

(ب) بين أن: $\overline{MB} \cdot \overline{AC} = 0$

ماذا تستنتج بالنسبة للمستقيمين (AC) و (MB)

تمرين 13: ليكن ABC مثلثا بحيث: $AB = 1$ و $BC = AC = \sqrt{2}$

و D نقطة بحيث $\overrightarrow{DB} - 2\overrightarrow{DC} = \vec{0}$ و I منتصف القطعة $[AB]$.

(1) أحسب CI (2) عبر عن \overrightarrow{AD} بدلالة \overrightarrow{AB} و \overrightarrow{AC}

(3) بين أن: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AI}$

(4) استنتج أن: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}$ و استنتج $\widehat{BAC} \cos$

(5) أحسب $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ و استنتج طبيعة المثلث BAD

(6) نعتبر النقطة M حيث: $-3\overrightarrow{MA} + 7\overrightarrow{MC} = \vec{0}$

أ. عبر عن \overrightarrow{AM} بدلالة \overrightarrow{AC} و أحسب $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD}$

ب. بين أن $(MD) \perp (AC)$

تمرين 14: ليكن ABC مثلث قائم الزاوية و متساوي الساقين رأسه B بحيث: $AB = \sqrt{2}$

ننشئ خارجه المثلث المتساوي الأضلاع ABD (أنظر الشكل)

(1) أحسب: $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BD}$ و $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BD}$

(2) أحسب: AC و DC

(3) بين أن $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = 1 - \sqrt{3}$

(4) تحقق من أن $\widehat{DAC} = \frac{7\pi}{12}$

(5) استنتج أن $\cos \frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$

تمرين 15: ليكن ABC مثلث متساوي الساقين رأسه A بحيث:

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 16$ و $\cos(\widehat{BAC}) = \frac{1}{4}$

و I نقطة بحيث $\overrightarrow{BI} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BA}$ و J منتصف القطعة $[BC]$. وليكن

(Δ) المستقيم المار من I والعمودي على المستقيم (AB)

ولتكن نقطة E بحيث: $E \in (\Delta)$

(1) أرسم شكلا تقريبا

(2) بين أن: $AB = 8$ و أحسب BC

(3) أحسب: $\overrightarrow{BI} \cdot \overrightarrow{BA}$

(4) بين أن: $\overrightarrow{EB} \cdot \overrightarrow{AB} = 48$

(5) أحسب: AJ

تمرين 16: ليكن ABC مثلث متساوي الساقين رأسه B

بحيث: $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 12$ و $\cos(\widehat{ABC}) = \frac{1}{3}$

و J نقطة بحيث $\overrightarrow{BJ} = \frac{5}{4}\overrightarrow{BA}$ و I منتصف القطعة $[AC]$. وليكن

(Δ) المستقيم المار من J والعمودي على المستقيم (AB)

ولتكن نقطة بحيث: $M \in (\Delta)$

1. أرسم شكلا تقريبا

2. بين أن: $AB = 6$ و أحسب AC

3. أحسب: $\overrightarrow{BJ} \cdot \overrightarrow{BA}$

4. بين أن: $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{AB} = 45$

5. أحسب: BI

« c'est en forgeant que l'on devient forgeron » dit un proverbe.
c'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices
que l'on devient un mathématicien

