

**تمرين 1:** ليكن  $\frac{\pi}{4}$  قياسا لزاوية المتجهتين  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  حيث:  $\|\vec{u}\| = \frac{5}{2}\sqrt{2}$  و  $\|\vec{v}\| = 4$  أحسب  $\vec{u} \cdot \vec{v}$

**تمرين 2:** ليكن  $ABC$  مثلثا متساوي الأضلاع طول ضلعه يساوي 6cm وليكن  $H$  المسقط العمودي للنقطة  $C$  على المستقيم  $(AB)$ .

أحسب  $\overline{CH} \cdot \overline{HB}$  و  $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$

**تمرين 3:** ليكن  $EFG$  مثلثا بحيث:  $EF = 5$  و  $EG = 3$  و  $\overline{EF} \cdot \overline{EG} = -6$  أحسب  $\cos(\widehat{FEG})$

**تمرين 4:** ليكن  $ABC$  مثلثا بحيث  $AB = 3$  و  $AC = 4$  و  $\widehat{BAC} = \frac{2\pi}{3}$  أحسب  $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$

**تمرين 5:** لتكن  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  متجهتين بحيث:  $\|\vec{u}\| = 5$  و  $\|\vec{v}\| = 3$  و  $\vec{u} \cdot \vec{v} = -\frac{3}{2}$  أحسب  $\vec{u}^2$  و  $\vec{v}^2$  و  $(\vec{u} + \vec{v})^2$  و  $(\vec{u} - \vec{v})^2$  و  $(\vec{u} - \vec{v})(\vec{u} + \vec{v})$

$(5\vec{u} - \vec{v}) \cdot (5\vec{u} + \vec{v})$  و  $(3\vec{u} - 2\vec{v}) \cdot (\vec{u} + 5\vec{v})$

**تمرين 6:** ليكن  $ABC$  مثلثا قائما في  $A$  و  $H$  المسقط العمودي للنقطة  $A$  على  $(BC)$  (بين أن:  $AB^2 + AC^2 = BC^2$ )

$$AC \times AB = AH \times BC \quad (2)$$

$$CA^2 = CH \times BC \quad (3)$$

**تمرين 7:** ليكن  $ABC$  مثلث قائم الزاوية في  $A$  و  $H$  المسقط العمودي للنقطة  $A$  على  $(BC)$ . أحسب:  $AC$  و  $BH$  و  $AH$  و  $HC$

علما أن:  $AB = 2cm$  و  $BC = 5cm$

**تمرين 8:** ليكن  $ABC$  مثلثا بحيث:  $\widehat{BAC} = \frac{2\pi}{3}$  و  $AC = 8$  و  $AB = 5$ .

(1) أحسب  $BC$  (2)  $\cos \widehat{ACB}$

**تمرين 9:** ليكن  $ABC$  مثلثا بحيث:  $BC = 4cm$  و  $AC = 6cm$

و  $AB = 3cm$  و لتكن  $I$  منتصف  $[BC]$  أحسب  $AI$ .

**تمرين 10:** ليكن  $ABM$  مثلثا بحيث:  $AB = 4cm$  و  $AM = 3cm$  و  $BM = 4cm$

و لتكن  $I$  منتصف  $[AB]$  و  $J$  منتصف  $[AM]$  و  $K$  منتصف  $[BM]$

أحسب المسافات  $MI$  و  $AK$  و  $BJ$

**تمرين 11:** ليكن  $ABC$  مثلثا بحيث:  $AB = 1$  و  $AC = \sqrt{2}$  و  $CB = 2$  و لتكن  $D$  نقطة بحيث  $\overline{DB} + 2\overline{DC} = \vec{0}$

(1) بين أن:  $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = -\frac{1}{2}$  واستنتج  $\widehat{A}$   $\cos \widehat{A}$

(2) اكتب:  $\overline{AD}$  بدلالة  $\overline{AB}$  و  $\overline{AC}$

(3) أحسب  $\overline{AD} \cdot \overline{AB}$  و استنتج طبيعة المثلث  $ABD$

(4) أحسب  $AD$

(5) ليكن  $I$  منتصف القطعة  $[BC]$  و  $J$  منتصف القطعة  $[AC]$  أحسب  $AI$  و  $BJ$

**تمرين 12:** ليكن  $ABC$  مثلثا بحيث:  $BC = 3$  و  $AC = 2$

و  $AB = \sqrt{7}$  و ليكن  $I$  منتصف القطعة  $[BC]$

(1) باستعمال مبرهنة الكاشي أحسب  $\cos(\widehat{BAC})$

(ب) أثبت أن:  $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 1$

(ج) أحسب  $AI$

(2) نعتبر النقطة  $M$  بحيث:  $\overline{AM} = \frac{1}{3}\overline{AB} + \frac{1}{6}\overline{AC}$

(أ) أحسب  $\overline{AM} \cdot \overline{AC}$

(ب) بين أن:  $\overline{MB} \cdot \overline{AC} = 0$

ماذا تستنتج بالنسبة للمستقيمين  $(AC)$  و  $(MB)$

**تمرين 13:** ليكن  $ABC$  مثلثا بحيث:  $AB = 1$  و  $BC = AC = \sqrt{2}$

و  $D$  نقطة بحيث  $\overrightarrow{DB} - 2\overrightarrow{DC} = \vec{0}$  و  $I$  منتصف القطعة  $[AB]$ .

(1) أحسب  $CI$  (2) عبر عن  $\overrightarrow{AD}$  بدلالة  $\overrightarrow{AB}$  و  $\overrightarrow{AC}$

(3) بين أن:  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AI}$

(4) استنتج أن:  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}$  و استنتج  $\widehat{BAC} \cos$

(5) أحسب  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$  و استنتج طبيعة المثلث  $BAD$

(6) نعتبر النقطة  $M$  حيث:  $-3\overrightarrow{MA} + 7\overrightarrow{MC} = \vec{0}$

أ. عبر عن  $\overrightarrow{AM}$  بدلالة  $\overrightarrow{AC}$  و أحسب  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD}$

ب. بين أن  $(MD) \perp (AC)$

**تمرين 14:** ليكن  $ABC$  مثلث قائم الزاوية و متساوي الساقين رأسه  $B$  بحيث:  $AB = \sqrt{2}$

ننشئ خارجه المثلث المتساوي الأضلاع  $ABD$  (أنظر الشكل)

(1) أحسب:  $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BD}$  و  $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BD}$

(2) أحسب:  $AC$  و  $DC$

(3) بين أن  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = 1 - \sqrt{3}$

(4) تحقق من أن  $\widehat{DAC} = \frac{7\pi}{12}$

(5) استنتج أن  $\cos \frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$

**تمرين 15:** ليكن  $ABC$  مثلث متساوي الساقين رأسه  $A$  بحيث:

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 16$  و  $\cos(\widehat{BAC}) = \frac{1}{4}$

و  $I$  نقطة بحيث  $\overrightarrow{BI} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BA}$  و  $J$  منتصف القطعة  $[BC]$ . وليكن

$(\Delta)$  المستقيم المار من  $I$  والعمودي على المستقيم  $(AB)$

ولتكن نقطة  $E$  بحيث:  $E \in (\Delta)$

(1) أرسم شكلا تقريبا

(2) بين أن:  $AB = 8$  و أحسب  $BC$

(3) أحسب:  $\overrightarrow{BI} \cdot \overrightarrow{BA}$

(4) بين أن:  $\overrightarrow{EB} \cdot \overrightarrow{AB} = 48$

(5) أحسب:  $AJ$

**تمرين 16:** ليكن  $ABC$  مثلث متساوي الساقين رأسه  $B$

بحيث:  $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 12$  و  $\cos(\widehat{ABC}) = \frac{1}{3}$

و  $J$  نقطة بحيث  $\overrightarrow{BJ} = \frac{5}{4}\overrightarrow{BA}$  و  $I$  منتصف القطعة  $[AC]$ . وليكن

$(\Delta)$  المستقيم المار من  $J$  والعمودي على المستقيم  $(AB)$

ولتكن نقطة بحيث:  $M \in (\Delta)$

1. أرسم شكلا تقريبا

2. بين أن:  $AB = 6$  و أحسب  $AC$

3. أحسب:  $\overrightarrow{BJ} \cdot \overrightarrow{BA}$

4. بين أن:  $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{AB} = 45$

5. أحسب:  $BI$

« c'est en forgeant que l'on devient forgeron » dit un proverbe.  
c'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices  
que l'on devient un mathématicien

