تصحيح الفرض المحروس رقم 3 A

تمرين1: (8ن) 1ن لكل سؤال

نعتبر الدالة العددية g المعرفة ب: $f(x)=\dfrac{2x-1}{x-3}$

1. حدد حيز تعريف الدالة f.
2. أحسب النهايات التالية: $\lim\limits_{x\to 3^+} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$
3. أحسب الدالة المشتقة. ثم ضع جدول تغيرات الدالة f.
4. املأ الجدول التالي :

x	-1	0	2	3	4	5	6
$f(x)$							

الأجوبة :

1) حيز تعريف الدالة f هو: $D=\{x\in\mathbb{R}/x-3\neq 0\}=\mathbb{R}-\{3\}$

و منه $D=]-\infty,3[\cup]3,+\infty[$

2) $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{2x-1}{x-3}=\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{2x}{x}=2$

و $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{2x-1}{x-3}=\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{2x}{x}=2$

$\lim\limits_{x\to 3^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{2x-1}{x-3}=+\infty$

لأن : $\lim\limits_{x\to 3^+} 2x-1=5$ و $\lim\limits_{x\to 3^+} x-3=0^+$ حسب الجدول التالي :

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$x-3$	$-$	0	$+$

و $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{2x-1}{x-1}=-\infty$

لأن : $\lim\limits_{x\to 3^-} 2x-1=5$ و $\lim\limits_{x\to 3^-} x-3=0^-$

3)

$$f'(x)=\left(\frac{2x-1}{x-3}\right)'=\frac{(2x-1)'\times(x-3)-(2x-1)\times(x-3)'}{(x-3)^2}$$

$$f'(x)=\frac{2\times(x-3)-(2x-1)\times 1}{(x-3)^2}=\frac{(2x-6)-(2x-1)}{(x-1)^2}=\frac{-5}{(x-3)^2}$$

يعني: $(\forall x\in D)\ f'(x)<0$

جدول تغيرات الدالة.

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	
$f(x)$	2	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	2

4)

x	-1	0	2	3	4	5	6
$f(x)$	3/4	1/3	-3		7	9/2	11/3

تمرين2: (12ن) 1ن لكل سؤال

نعتبر الدالة g المعرفة ب: $g(x)=\ln x+1$

1. حدد مجموعة تعريف الدالة g
2. علما أن : $\ln(2)\simeq 0,7$ و $\ln(3)\simeq 1,1$
   أحسب $g(1)$ و $g(4)$ و $g(6)$ و $g\left(\frac{1}{3}\right)$ و $g(e)$ و $g(e^2)$ و $g\left(\frac{1}{e}\right)$
3. أحسب $g'(x)$ لكل x من $]0,+\infty[$ وأدرس اشارتها
4. أحسب $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to +\infty} g(x)$

الأجوبة :

1) مجموعة تعريف الدالة g هي $]0,+\infty[$

2) $g(1)=\ln(1)+1=0+1=1$

$g(4)=\ln(4)+1=\ln(2^2)+1=2\ln(2)+1\simeq 2\times 0.7+1\simeq 1.4+1\simeq 2.4$

$g(6)=\ln(6)+1=\ln(2\times 3)+1=\ln(2)+\ln(3)+1\simeq 0.7+1.1+1\simeq 1.8+1\simeq 1.8$

$g\left(\frac{1}{3}\right)=\ln\left(\frac{1}{3}\right)+1=-\ln 3+1\simeq -1.1+1=-0.1$

$g(e)=\ln(e)+1=1+1=2$

$g(e^2)=\ln e^2-1=2\ln e-1=2\times 1-1=1$

$g\left(\frac{1}{e}\right)=\ln\left(\frac{1}{e}\right)+1=-\ln e+1=-1+1=0$

حساب $g'(x)$:

3) $g'(x)=(\ln(x)+1)'=(\ln(x))'+(1)'=\dfrac{1}{x}>0$

لأن x موجب قطعا.

4) حساب $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)$:

لدينا $\lim\limits_{x\to 0^+}\ln(x)=-\infty$ اذن $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)=-\infty$.

حساب $\lim\limits_{x\to +\infty} g(x)$: لدينا $\lim\limits_{x\to +\infty}\ln(x)=+\infty$

اذن $\lim\limits_{x\to +\infty} g(x)=+\infty$.

(5

x	0		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	$+\infty$