مستوى : الثاني من سلك البكالوريا الشعبة: الآداب و العلوم الإنسانية الأستاذ: عثماني نجيب

# تصحيح الفرض المحروس رقم 3 B

## تمرين1: (8ن) 1ن لكل سؤال

نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة ب: $f(x)=\frac{3x-1}{x-2}$

1. حدد حيز تعريف الدالة $f$.
2. أحسب النهايات التالية: $\lim_{x\to 2^+} f(x)$ و $\lim_{x\to 2^-} f(x)$ و $\lim_{x\to +\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to -\infty} f(x)$
3. أحسب الدالة المشتقة. ثم ضع جدول تغيرات الدالة $f$.
4. املأ الجدول التالي :

| $x$ | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | | | | | |

**الأجوبة :** (1

1) حيز تعريف الدالة $f$ هو: $D=\{x\in\mathbb{R}/x-2\neq 0\}=\mathbb{R}-\{2\}$

و منه $D=]-\infty,2[\cup]2,+\infty[$

2) $\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{3x-1}{x-2}=\lim_{x\to-\infty}\frac{3x}{x}=3$

و $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{3x-1}{x-2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{3x}{x}=3$

$\lim_{x\to 2^+} f(x)=\lim_{x\to 2^+}\frac{3x-1}{x-2}=+\infty$

لأن : $\lim_{x\to 2^+} 3x-1=5$ و $\lim_{x\to 2^+} x-2=0^+$ حسب الجدول التالي :

| $x$ | $-\infty$ | 2 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $x-2$ | $-$ | 0 | $+$ |

و $\lim_{x\to 2^-} f(x)=\lim_{x\to 2^-}\frac{3x-1}{x-2}=-\infty$

لأن : $\lim_{x\to 2^-} 3x-1=5$ و $\lim_{x\to 2^-} x-2=0^-$

(3

$$f'(x)=\left(\frac{3x-1}{x-2}\right)'=\frac{(3x-1)'\times(x-2)-(3x-1)\times(x-2)'}{(x-2)^2}$$

$$f'(x)=\frac{3\times(x-2)-(3x-1)\times 1}{(x-2)^2}=\frac{(3x-6)-(3x-1)}{(x-2)^2}=\frac{-5}{(x-2)^2}$$

يعني: $(\forall x\in D)\,f'(x)<0$

جدول تغيرات الدالة.

| $x$ | $-\infty$ | | 2 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | ‖ | $-$ | |
| $f(x)$ | 3 | ↘ | $-\infty$ ‖ $+\infty$ | ↘ | 3 |

(4

| $x$ | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 4/3 | 1/2 | -2 | | 8 | 11/2 | 14/3 |

## تمرين2: (12ن) 1ن لكل سؤال

نعتبر الدالة $g$ المعرفة ب: $g(x)=\ln x+2$

1. حدد مجموعة تعريف الدالة $g$
2. علما أن : $\ln(2)\simeq 0,7$ و $\ln(5)\simeq 1,6$

أحسب $g(1)$ و $g(4)$ و $g(10)$ و $g\left(\frac{1}{5}\right)$ و $g(e)$ و $g(e^2)$ و $g\left(\frac{1}{e}\right)$

3. أحسب $g'(x)$ لكل $x$ من $]0,+\infty[$ وأدرس اشارتها
4. أحسب $\lim_{x\to 0^+} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$
5. حدد جدول تغيرات الدالة $g$

**الأجوبة :**

1) مجموعة تعريف الدالة $f$ هي $]0,+\infty[$

2) $g(1)=\ln(1)+2=0+2=2$

$g(4)=\ln(4)+2=\ln(2^2)+2=2\ln(2)+2\simeq 2\times 0.7+2\simeq 1.4+2\simeq 3.4$

$g(10)=\ln(10)+2=\ln(2\times 5)+2=\ln(2)+\ln(5)+2\simeq 0.7+1.6+2\simeq 2.3+2\simeq 4.3$

$g\left(\frac{1}{5}\right)=\ln\left(\frac{1}{5}\right)+2=-\ln 5+2\simeq -1.6+2=0.4$

$g(e)=\ln(e)+2=1+2=3$

$g(e^2)=\ln e^2+2=2\ln e+2=2\times 1+2=4$

$g\left(\frac{1}{e}\right)=\ln\left(\frac{1}{e}\right)+2=-\ln e+2=-1+2=1$

حساب $g'(x)$ :

3) $g'(x)=(\ln(x)+2)'=(\ln(x))'+(2)'=\frac{1}{x}>0$

لأن $x$ موجب قطعا.

4) حساب $\lim_{x\to 0^+} g(x)$ :

لدينا $\lim_{x\to 0^+}\ln(x)=-\infty$ اذن $\lim_{x\to 0^+} g(x)=-\infty$.

حساب $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ :لدينا $\lim_{x\to+\infty}\ln(x)=+\infty$

اذن $\lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$.

(5

| $x$ | 0 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | ‖ | $+$ | |
| $g(x)$ | ‖ $-\infty$ | ↗ | $+\infty$ |