مستوى : الثاني من سلك البكالوريا — الشعبة: الآداب و العلوم الإنسانية — الأستاذ: عثماني نجيب

تصحيح الفرض المنزلي رقم 1 A

تمرين1: (13ن) 1) 4ن 2) 3ن 3) 2ن 4) 2ن 5) 2ن

نعتبر المتتالية العددية $\left(u_n\right)$ المعرفة كالتالي $U_{n+1}=\frac{3}{2}U_n-1$ و $\forall n\in\mathbb{N}$ $U_0=-1$ ونعتبر المتتالية العددية $\left(v_n\right)$ المعرفة كالتالي : $\forall n\in\mathbb{N}\quad V_n=U_n-2$

1. أحسب u_1 و u_2 و v_0 و v_1
2. أحسب $\frac{v_{n+1}}{v_n}$ و استنتج أن المتتالية $\left(v_n\right)$ هندسية أساسها 2 وحدد حدها الأول
3. أكتب v_n بدلالة n
4. استنتج u_n بدلالة n
5. أحسب النهايات التالية : $\lim_{n\to+\infty} v_n$ و $\lim_{n\to+\infty} u_n$

الأجوبة :

1) نعوض n ب0 فنجد:

$u_{0+1}=\frac{3}{2}\times u_0-1=\frac{3}{2}\times(-1)-1=-\frac{3}{2}-1=-\frac{3}{2}-\frac{2}{2}=-\frac{5}{2}$ اذن : $u_1=-\frac{5}{2}$

نعوض n ب 1 فنجد :

$u_{1+1}=\frac{3}{2}\times u_1-1=\frac{3}{2}\times\left(-\frac{5}{2}\right)-1=-\frac{15}{4}-1=-\frac{15}{4}-\frac{4}{4}=-\frac{19}{4}$ اذن : $u_2=-\frac{15}{4}$

نعوض n ب 0 فنجد : $v_0=u_0-2=-1-2=-3$

نعوض n ب 1 فنجد : $v_1=-\frac{5}{2}-2=-\frac{5}{2}-\frac{4}{2}=-\frac{9}{2}$

2) $\frac{v_{n+1}}{v_n}=\frac{u_{n+1}-2}{u_n-2}=\frac{\frac{3}{2}u_n-1-2}{u_n-2}=\frac{\frac{3}{2}u_n-3}{u_n-2}=\frac{\frac{3}{2}u_n-\frac{6}{2}}{u_n-2}=\frac{\frac{3}{2}(u_n-2)}{u_n-2}=\frac{3}{2}=q$

اذن: المتتالية $\left(v_n\right)$ هندسية أساسها $\frac{3}{2}=q$ وحدها الأول $v_0=4$

3) كتابة v_n بدلالة n :

بما أن المتتالية $\left(v_n\right)$ هندسية أساسها $\frac{3}{2}=q$ وحدها الأول $v_0=-3$ فان: $v_n=(-3)\times\left(\frac{3}{2}\right)^n$

4) استنتاج u_n بدلالة n

لدينا: $v_n=u_n-2$ اذن: $v_n+2=u_n$ أي: $u_n=-3\left(\frac{3}{2}\right)^n+2$

5) حساب النهايات التالية : $\lim_{n\to+\infty} v_n$ و $\lim_{n\to+\infty} u_n$

$$\lim_{n\to+\infty} v_n=\lim_{n\to+\infty}-3\times\left(\frac{3}{2}\right)^n=-3\times(+\infty)=-\infty$$

لأن : $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{3}{2}\right)^n=+\infty$ $\quad a=\frac{3}{2}>1$

$$\lim_{n\to+\infty} u_n=\lim_{n\to+\infty}-3\times\left(\frac{3}{2}\right)^n+2=-\infty$$

تمرين2: (7ن) 1 ن لكل سؤال

أحسب النهايات التالية : 1) $\lim_{n\to+\infty} n^2-5n^3+4$

2) $\lim_{n\to+\infty}\frac{7n^2+3n+1}{n^5+3}$ 3) $\lim_{n\to+\infty}\frac{6n^6+8n+7}{n^4+3}$

4) $\lim_{n\to+\infty}\frac{7n^4+2n-1}{n^4+9}$ 5) $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{5}{n}-1\right)\left(\frac{1}{\sqrt{n}}+2\right)$

6) $\lim_{n\to+\infty} 2^n-3^n$ 7) $\lim_{n\to+\infty}\frac{4}{\left(\frac{1}{2}\right)^n+2}$

الأجوبة :

1) $\lim_{n\to+\infty} n^2-5n^3+4=\lim_{n\to+\infty}-5n^3=-\infty$

2)

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{7n^2+3n+1}{n^5+3}=\lim_{n\to+\infty}\frac{7n^2}{n^5}=\lim_{n\to+\infty}\frac{7n^2}{n^{2+3}}=\lim_{n\to+\infty}\frac{7n^2}{n^2\times n^3}=\lim_{n\to+\infty}\frac{7}{n^3}=0$$

3)

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{6n^6+8n+7}{n^4+3}=\lim_{n\to+\infty}\frac{6n^6}{n^4}=\lim_{n\to+\infty}\frac{6n^2\times n^4}{n^4}=\lim_{n\to+\infty}6n^2=+\infty$$

4) $\lim_{n\to+\infty}\frac{7n^4+2n-1}{n^4+9}=\lim_{n\to+\infty}\frac{7n^4}{n^4}=7$

5) $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{5}{n}-1\right)\left(\frac{1}{\sqrt{n}}+2\right)$

نعلم أن : $\lim_{n\to+\infty}\frac{5}{n}=0$ **و** $\lim_{n\to+\infty}\frac{1}{\sqrt{n}}=0$ **ومنه** :

$$\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{5}{n}-1\right)\left(\frac{1}{\sqrt{n}}+2\right)=(0-1)(0+2)=-2$$

6) $\lim_{n\to+\infty} 2^n-3^n=+\infty-\infty$ **ش غ م**

$$\lim_{n\to+\infty} 2^n-3^n=2^n\left(1-\frac{3^n}{2^n}\right)=2^n\left(1-\left(\frac{3}{2}\right)^n\right)$$

لدينا : $\lim_{n\to+\infty} 2^n=+\infty$ **لأن** : $2>1$

ولدينا : $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{3}{2}\right)^n=+\infty$ **لأن** : $\frac{3}{2}>1$

ومنه : $\lim_{n\to+\infty} 2^n-3^n=2^n\left(1-\left(\frac{3}{2}\right)^n\right)=+\infty(1-\infty)=-\infty$

7) **ولدينا** : $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n=0$ **لأن** : $-1<\frac{1}{2}<1$

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{4}{\left(\frac{1}{2}\right)^n+2}=\frac{4}{0+2}=\frac{4}{2}=2$$