مستوى : الثاني من سلك البكالوريا — الشعبة: الآداب و العلوم الإنسانية — الأستاذ: عثماني نجيب

تصحيح الفرض المنزلي رقم 3 A

تمرين1: (8ن) 1) 1ن 2) 0,5 لكل سؤال 3) و4) و5) و6) 1ن لكل سؤال

نعتبر الدالة العددية g المعرفة ب: $f(x)=\dfrac{3x+1}{x-1}$

1. حدد حيز تعريف الدالة f.
2. أحسب النهايات التالية: $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$ و

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

3. أول النتائج هندسيا.
4. أحسب الدالة المشتقة. ثم ضع جدول تغيرات الدالة f.
5. املأ الجدول التالي :

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$							

الأجوبة : (1

1) حيز تعريف الدالة f هو: $D=\{x\in\mathbb{R}/x-1\neq0\}=\mathbb{R}-\{1\}$

و منه $D=]-\infty,1[\cup]1,+\infty[$

2) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x+1}{x-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x}{x}=3$ و

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x+1}{x-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x}{x}=3$

يعني المستقيم ذا المعادلة $y=3$ مقارب أفقي للمنحنى (C_f).

$\lim\limits_{x\to1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{3x+1}{x-1}=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{3x+1}{x-1}=-\infty$

3) يعني المستقيم ذا العادلة $x=1$ مقارب عمودي للمنحنى.

4) لكل x من D لدينا:

$$f'(x)=\left(\frac{3x+1}{x-1}\right)'=\frac{(3x+1)'\times(x-1)-(3x+1)\times(x-1)'}{(x-1)^2}$$

$$f'(x)=\frac{3\times(x-1)-(3x+1)\times1}{(x-1)^2}=\frac{(3x-3)-(3x+1)}{(x-1)^2}=\frac{-4}{(x-1)^2}$$

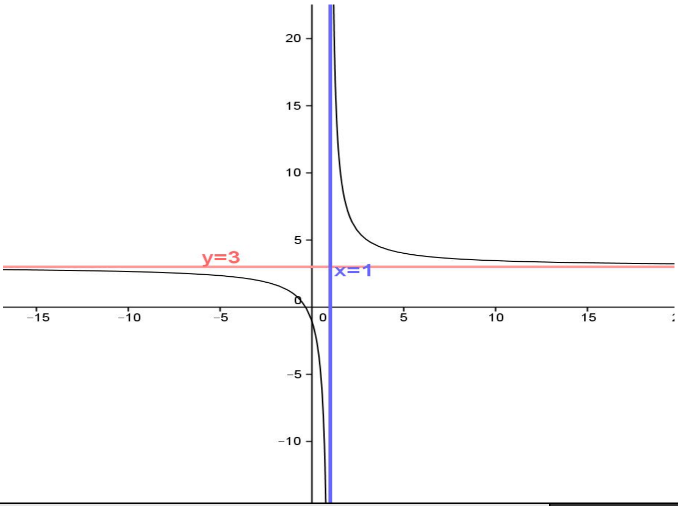
يعني: $(\forall x\in D)\, f'(x)<0$

جدول تغيرات الدالة.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	||	$-$
$f(x)$	$3 \searrow +\infty$	||	$-\infty \searrow 3$

5) منحنى الدالة f.

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	5/3	1	-1		7	5	13 /3



تمرين2: (12ن) 1ن لحساب أي صورة أو نهاية

نعتبر الدالة f المعرفة ب: $f(x)=\ln x-1$

1. حدد مجموعة تعريف الدالة f
2. علما أن : $\ln(2)\simeq0,7$ و $\ln(3)\simeq1,1$

أحسب $f(1)$ و $f(4)$ و $f(6)$ و $f\left(\frac{1}{2}\right)$ و $f(e)$ و $f(e^2)$ و $f\left(\frac{1}{e}\right)$

3. أحسب $f'(x)$ لكل x من $]0,+\infty[$ وأدرس اشارته 1ن
4. أحسب $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

الأجوبة :

1) مجموعة تعريف الدالة f هي $]0,+\infty[$

2) $f(1)=\ln(1)-1=0-1=-1$

$f(4)=\ln(4)-1=\ln(2^2)-1=2\ln(2)-1\simeq2\times0.7-1\simeq1.4-1\simeq0.4$

$f(6)=\ln(6)-1=\ln(2\times3)-1=\ln(2)+\ln(3)-1\simeq0.7+1.1-1\simeq1.8-1\simeq0.8$

$f\left(\frac{1}{2}\right)=\ln\left(\frac{1}{2}\right)-1=-\ln2-1\simeq-0.7-1=-1.7$

$f(e)=\ln(e)-1=1-1=0$

$f(e^2)=\ln e^2-1=2\ln e-1=2\times1-1=1$

$f\left(\frac{1}{e}\right)=\ln\left(\frac{1}{e}\right)-1=-\ln e-1=-1-1=-2$

3) $f'(x)=(\ln(x)-1)'=(\ln(x))'-(1)'=\frac{1}{x}>0$

لأن x موجب قطعا.

4) حساب $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$: لدينا: $\lim\limits_{x\to0^+}\ln(x)=-\infty$ اذن $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=-\infty$.

حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$: لدينا: $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln(x)=+\infty$ اذن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

x	0	$+\infty$
$g'(x)$	||	$+$
$g(x)$	||	$-\infty \nearrow +\infty$