

تصحيح الفرض المنزلي رقم 4

تمرين 1:

(ن2) (ن1+ن1)

log هو دالة اللوغاريتم العشري و علما أن :
log 2 ≈ 0,3 و log 3 ≈ 0,5

أحسب : log 6 و log (2/3) و log 3000 و log 0,0002

الأجوبة: log (15) = log (2×3) = log (2) + log (3) ≈ 0,3 + 0,5 = 0,8

$$l \log \left(\frac{2}{3} \right) = l \log (2) - l \log (3) \approx 0,3 - 0,5 = -0,2$$

$$\log (3000) = \log (3 \times 1000) = \log (3) + \log (1000) \approx 0,5 + \log (10^3)$$

$$\log (3000) \approx 0,5 + 3 \log (10) \approx 0,5 + 3 \times 1 = 3,5$$

$$\log (0.0002) = \log (2 \times 0.0001) = \log (2) + \log (0.0001)$$

$$\log (0.0002) \approx \log (2) + \log (10^{-4}) \approx 0,3 - 4 \log (10) \approx 0,3 - 4 \times 1 = 0,3 - 4 = -3,7$$

تمرين 2:

(ن4) (ن1+ن1+ن1+ن1)

حل في \mathbb{R} المعادلات التالية:

$$\frac{e^{10x-1}}{e^{x+3}} = e^{-2x+5} \quad (3) \quad e^{12x-6} = \frac{1}{e^{-2x-5}} \quad (2) \quad e^{10-3x} \times e^{2x} = 1 \quad (1)$$

$$\text{الأجوبة: } (e^x - 7)(e^x + 5) = 0 \quad (4)$$

$$e^{10-3x+2x} = e^0 \Leftrightarrow e^{10-3x} \times e^{2x} = 1 \quad (1)$$

$$S = \{10\} \quad \text{ومنه } x = 10 \Leftrightarrow 10 - x = 0 \Leftrightarrow e^{10-x} = e^0 \Leftrightarrow$$

$$e^{12x-6} = e^{-(-2x-5)} \Leftrightarrow e^{12x-6} = \frac{1}{e^{-2x-5}} \quad (2)$$

$$10x = 11 \Leftrightarrow 12x - 6 = 2x + 5 \Leftrightarrow e^{12x-6} = e^{2x+5} \Leftrightarrow$$

$$S = \left\{ \frac{11}{10} \right\} \quad \text{ومنه } x = \frac{11}{10} \Leftrightarrow$$

$$e^{(10x-1)-(x+3)} = e^{-2x+5} \Leftrightarrow \frac{e^{10x-1}}{e^{x+3}} = e^{-2x+5} \quad (3)$$

$$10x - 1 - x - 3 = -2x + 5 \Leftrightarrow (10x - 1) - (x + 3) = -2x + 5$$

$$S = \left\{ \frac{9}{11} \right\} \quad \text{ومنه } x = \frac{9}{11} \Leftrightarrow -4x = -2 \Leftrightarrow 11x = 9 \Leftrightarrow$$

$$e^x + 5 = 0 \text{ أو } e^x - 7 = 0 \Leftrightarrow (e^x - 7)(e^x + 5) = 0 \quad (4)$$

يعني $e^x = -5$ أو $e^x = 7$ ونعلم أن: $e^x > 0$ مهما تكن x من \mathbb{R}

ومنه المعادلة $e^x = -5$ ليس لها حل في \mathbb{R}

$e^x = 7$ تعني $x = \ln 7$ وبالتالي: $S = \{\ln 7\}$

تمرين 3:

(ن4) (ن1+ن1+ن2)

أحسب النهايات التالية (1): $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3e^x + 1}{12e^x - 5}$ (2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 6e^x - 21$

$$\text{الأجوبة: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - 1}{3e^x - 3} \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0 \quad \text{لأن: } \lim_{x \rightarrow -\infty} 6e^x - 21 = 6 \times 0 - 21 = -21 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3e^x + 1}{12e^x - 5} = \frac{3 \times 0 + 1}{12 \times 0 - 5} = \frac{1}{-5} = -\frac{1}{5} \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - 1}{3e^x - 3} = \frac{+\infty}{+\infty} \quad \text{ش غ م} \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - 1}{3e^x - 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x \left(1 - \frac{1}{e^x} \right)}{e^x \left(3 - \frac{3}{e^x} \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{1}{e^x}}{3 - \frac{3}{e^x}} = \frac{1 - 0}{3 - 0} = \frac{1}{3}$$

لأن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$

تمرين 4: (ن4) (ن1+ن2+ن1)

أحسب مشتقة الدوال المعرفة كالتالي (1): $f(x) = 4e^x - 9$

$$h(x) = \frac{1}{2e^x + 1} \quad (3) \quad g(x) = \frac{e^x + 5}{e^x - 1} \quad (2)$$

الأجوبة:

$$f'(x) = (4e^x - 9)' = (4e^x)' - (9)' = 4e^x - 0 = 4e^x \quad (1)$$

$$(2) \text{ نستعمل الخاصية التالية: } \left(\frac{u}{v} \right)' = \frac{(u)' \times v - (u) \times (v)'}{(v)^2}$$

$$g'(x) = \left(\frac{e^x + 5}{e^x - 1} \right)' = \frac{(e^x + 5)' \times (e^x - 1) - (e^x + 5) \times (e^x - 1)'}{(e^x - 1)^2}$$

$$g'(x) = \frac{e^x \times (e^x - 1) - (e^x + 5) \times e^x}{(e^x - 1)^2} = \frac{e^x \times e^x - e^x - e^x \times e^x - 5e^x}{(e^x - 1)^2} = \frac{-6e^x}{(e^x - 1)^2}$$

$$(3) \text{ نستعمل الخاصية التالية: } \left(\frac{1}{u} \right)' = \frac{-(u)'}{(u)^2}$$

$$h'(x) = \left(\frac{1}{2e^x + 1} \right)' = -\frac{(2e^x + 1)'}{(2e^x + 1)^2} = -\frac{2e^x}{(2e^x + 1)^2}$$

تمرين 5: (ن6) (ن0.5+ن1+ن1.5+ن1+ن1)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي: $f(x) = e^x + 5x$

(1) حدد D_f (2) أحسب $f(0)$ و $f(1)$ (أعط قيمة مقربة للنتائج)

(3) أحسب $f'(x)$ و بين أن الدالة f تزايدية قطعاً على D_f

(4) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ حدد جدول تغيرات الدالة f

الأجوبة:

$$f(0) = e^0 + 5 \times 0 = 1 + 0 = 1 \quad (2) \quad D_f = \mathbb{R} \quad (1)$$

$$f(1) = e^1 + 5 \times 1 = e + 5 \approx 2,7 + 5 \approx 7,7$$

$$f'(x) = (e^x + 5x)' = (e^x)' + (5x)' = e^x + 5 > 0 \quad (3)$$

لأن: $e^x > 0$ ($\forall x \in \mathbb{R}$) ومنه f تزايدية قطعاً على \mathbb{R}

$$(4) \text{ أحسب } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x + 5x = 0 + 5(-\infty) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x + 5x = +\infty + 5(+\infty) = +\infty$$

(5) جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$		$+\infty$
	$-\infty$	