

تمرين 1: (1ن+2ن+2ن): نضع: $x = 792$ و $y = 924$

1. فكك العددين x و y الى جداء عوامل أولية

2. حدد و $PGCD(792, 924)$

3. بسط $\frac{x}{y}$ و $\frac{3}{792} + \frac{7}{924} = A$

أجوبة: 1) تفكيك العددين x و y الى جداء عوامل أولية:

نستعمل القسمة الاقليدية فنجد : $924 = 2^2 \times 3^1 \times 7 \times 11$ و $792 = 2^3 \times 3^2 \times 11$

2) تحديد $PGCD(792, 924)$ و $PPCM(792, 924)$

القاسم المشترك الأكبر لعددين هو جداء العوامل الأولية المشتركة مرفوعة الى أصغر أس

ومنه: $PGCD(792, 924) = 2^2 \times 3^1 \times 11 = 132$

المضاعف المشترك الأصغر لعددين هو جداء العوامل الأولية المشتركة والغير المشتركة مرفوعة الى أكبر أس

$PPCM(980, 1400) = 2^3 \times 3^2 \times 11 \times 7 = 44352$

3) نقوم بالاختزال ونجد:

$$\frac{x}{y} = \frac{2^3 \times 3^2 \times 11}{2^2 \times 3^1 \times 7 \times 11} = \frac{2^1 \times 3^1}{7} = \frac{6}{7}$$

وجدنا أن: $PPCM(980, 1400) = 44352$

ومنه فهو المقام المشترك: $A = \frac{7}{924} + \frac{3}{792}$

$$A = \frac{7}{924} + \frac{3}{792} = \frac{7 \times 48}{924 \times 48} + \frac{3 \times 56}{792 \times 56} = \frac{336}{44352} + \frac{168}{44352}$$

$$A = \frac{336 + 168}{44352} = \frac{504}{44352} = \frac{252}{22176} = \frac{126}{11088} = \frac{63}{5544} = \frac{7}{616}$$

تمرين 2(3ن) في كل حالة من الحالات الآتية أذكر إن كان العدد أوليا أم لا (مع التعليل).

1) 349 (2) 341 (3) 841

الأجوبة: هل العدد 349 أولي؟ نستعمل تقنية: نبحث عن الأعداد الأولية p التي تحقق: $p^2 < 503$ وهي: 2 و 3 و 5 و 7 و 11 و

13 و 17 و لا يوجد أي واحد منهم قاسم للعدد 349 إذن العدد 349 أولي

هل العدد 341 أولي؟ نستعمل تقنية: نبحث عن الأعداد الأولية p التي تحقق: $p^2 < 503$ وهي: 2 و 3 و 5 و 7 و 11 و 13 و

17 و نلاحظ أن 11 قاسم للعدد 341 إذن العدد 341 غير أولي

لعدد 841 يقبل القسمة على 29 إذن غير أولي

تمرين 3(1ن) حدد الرقم x لكي يكون العدد: $3x79$ قابلا للقسمة على 9

الجواب: $0 \leq x \leq 9$ العدد: $3x79$ قابل للقسمة على 9 إذن: $3 + x + 7 + 9$ مضاعف للعدد 9

يعني $x + 19$ مضاعف للعدد 9 إذن: وبالتعويض بالأرقام من 0 الى 9 نلاحظ أن: $x = 8$ هو الرقم المطلوب

تمرين 4(3ن) : ليكن n صحيح طبيعي بين أنه اذا كان: $n - 1$ مضاعف للعدد 5 فإن: $n^2 - 1$ مضاعف للعدد 5

الجواب: $n - 1$ مضاعف للعدد 5 يعني: $n - 1 = 5k$ يعني: $n = 5k + 1$

$$n^2 - 1 = (5k + 1)^2 - 1 = (5k)^2 + 2 \times 5k \times 1 + (1)^2 - 1 = 25k^2 + 10k = 5(5k^2 + 2k)$$

مضاعف للعدد 5

تمرين 5 (1ن+1ن) : $n \in \mathbb{N}$

$$B = (n+1)^2 - n : \text{نضع}$$

$$B = n(n+1) + 1 : \text{بين أن (1)}$$

(2) استنتج زوجية العدد B

$$B = (n+1)^2 - n = n^2 + 2n + 1 - n = n^2 + n + 1 = n(n+1) + 1 \quad (\text{أجوبة: (1)})$$

$$(2) \text{ وجدنا } B = n(n+1) + 1$$

ولدينا $n(n+1)$ هو جداء عددين متتابعين اذن هو عدد زوجي

$$\text{أي: } n(n+1) = 2k$$

ومنه $n(n+1) + 1 = 2k + 1$ هو عدد فردي وبالتالي B عدد فردي

تمرين 6 (1ن+1ن+2ن) ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع و E و F نقطتان حيث: $\overline{DE} = \frac{5}{2}\overline{DA}$ و $\overline{CF} = \frac{2}{3}\overline{DC}$

$$(1) \text{ بين أن: } \overline{BE} = \frac{3}{2}\overline{DA} - \overline{AB} \quad \text{و} \quad \overline{BF} = \frac{2}{3}\overline{DC} + \overline{BC}$$

$$(2) \text{ بين أن: } 2\overline{BE} + 3\overline{BF} = \vec{0}$$

(3) ماذا تستنتج بالنسبة للنقط E و B و F ؟

$$\text{أجوبة: (1)} \quad \overline{BE} = \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE} \text{ حسب علاقة شال}$$

وبما أن $ABCD$ متوازي أضلاع فان: $\overline{CD} = \overline{BA}$ و $\overline{BC} = \overline{AD}$

$$\text{ونعلم أن: } \overline{DE} = \frac{5}{2}\overline{DA}$$

$$\text{اذن: } \overline{BE} = \overline{AD} + \overline{BA} + \frac{5}{2}\overline{DA} = -\overline{DA} + \frac{5}{2}\overline{DA} + \overline{BA} = \frac{3}{2}\overline{DA} - \overline{AB}$$

$$(2) \quad 2\overline{BE} + 3\overline{BF} = 2\left(\frac{3}{2}\overline{DA} - \overline{AB}\right) + 3\left(\overline{BC} + \frac{2}{3}\overline{DC}\right)$$

$$= 3\overline{DA} - 2\overline{AB} + 3\overline{BC} + 2\overline{DC}$$

$$\text{اذن: } 2\overline{BE} + 3\overline{BF} = 3\overline{CB} - 2\overline{AB} + 3\overline{BC} + 2\overline{AB} = \vec{0}$$

$$\text{الاستنتاج: } 2\overline{BE} + 3\overline{BF} = \vec{0} \text{ يعني } \overline{BE} = -\frac{3}{2}\overline{BF}$$

ومنه النقط E و B و F مستقيمية

تمرين 7 (2ن) نعتبر النقط A و B و M بحيث: $2\overline{MA} + 3\overline{MB} + 3\overline{AB} = \vec{0}$

بين أن النقطة M تنتمي إلى المستقيم (AB) .

$$\text{الجواب: } 2\overline{MA} + 3\overline{MB} + 3\overline{AB} = \vec{0} \text{ يعني } 2\overline{MA} + 3(\overline{MA} + \overline{AB}) + 3\overline{AB} = \vec{0}$$

$$\text{يعني } 5\overline{MA} = -6\overline{AB} \text{ يعني } \overline{AM} = \frac{6}{5}\overline{AB} \text{ اذن المتجهتين } \overline{AM} \text{ و } \overline{AB} \text{ مستقيمتين}$$

يعنى أن النقط A و B و M مستقيمية وأن M تنتمي إلى المستقيم (AB) .

« c'est en forgeant que l'on devient forgeron » dit un proverbe.
c'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices
que l'on devient un mathématicien

