

**تمرين 1:** نضع:  $x = 4752$  و  $y = 4500$

1. فكك العددين  $x$  و  $y$  الى جداء عوامل أولية

2. حدد  $PGCD(980,1400)$  و  $PPCM(980,1400)$

3. بسط  $\frac{25x}{11y}$  و  $\sqrt{5y \times 33x}$

(الجواب: 1)

4752	2	4500	2
2376	2	2250	2
1188	2	1125	3
594	2	375	3
297	3	125	5
99	3	25	5
33	3	5	5
11	11	1	
1			

نستعمل القسمة الاقليدية فنجد :

$$4500 = 2^2 \times 3^2 \times 5^3 \text{ و } 4752 = 2^4 \times 3^3 \times 11$$

2) تحديد  $PGCD(980,1400)$  و  $PPCM(980,1400)$

القاسم المشترك الأكبر لعددين هو جداء العوامل الأولية المشتركة مرفوعة الى أصغر أس

$$\text{ومنه: } PPCM(980,1400) = 2^2 \times 5 \times 7 = 140$$

المضاعف المشترك الأصغر لعددين هو جداء العوامل الأولية المشتركة والغير المشتركة مرفوعة الى أكبر أس

$$\frac{25x}{11y} = \frac{25 \times x}{11 \times y} = \frac{25 \times 2^4 \times 3^3 \times 11}{11 \times 2^2 \times 3^2 \times 5^3} = \frac{5^2 \times 2^4 \times 3^3 \times 11}{11 \times 2^2 \times 3^2 \times 5^3}$$

بعد الاختزال نجد :

$$\frac{25x}{11y} = \frac{25 \times x}{11 \times y} = \frac{25 \times 2^4 \times 3^3 \times 11}{11 \times 2^2 \times 3^2 \times 5^3} = \frac{2^2 \times 3}{5} = \frac{12}{5}$$

$$\sqrt{5y \times 33x} = \sqrt{5 \times y \times 33x} = \sqrt{5 \times y \times 3 \times 11 \times x}$$

$$\sqrt{5y \times 33x} = \sqrt{5 \times 3 \times 11 \times 2^2 \times 3^2 \times 5^3 \times 2^4 \times 3^3 \times 11}$$

$$\sqrt{5y \times 33x} = \sqrt{3 \times 2^2 \times 3^2 \times 5^4 \times 2^4 \times 3^4 \times 11^2} = \sqrt{2^6 \times 3^6 \times 5^4 \times 11^2}$$

$$\sqrt{5y \times 33x} = \sqrt{(2^3 \times 3^3 \times 5^2 \times 11)^2} = 2^3 \times 3^3 \times 5^2 \times 11 = 21997800$$

**تمرين 2:** نحدد من بين الأعداد التالية الأعداد الأولية مع التعليل :

14 و 49 و 503 و 290 و 401

الجواب: 14 يقبل القسمة على 2 ومنه عدد غير أولي

49 يقبل القسمة على 7 ومنه عدد غير أولي

290 يقبل القسمة على 2 ومنه عدد غير أولي

هل العدد 503 أولي ؟ نستعمل تقنية : نبحت عن الأعداد

الأولية  $p$  التي تحقق :  $p^2 < 503$  وهي : 2 و 3 و 5 و 7 و 11

و 13 و 17 و 19 و لا يوجد أي واحد منهم قاسم للعدد 503

اذن العدد 503 أولي

هل العدد 401 أولي ؟ نستعمل تقنية : نبحت عن الأعداد

الأولية  $p$  التي تحقق :  $p^2 < 401$  وهي : 2 و 3 و 5 و 7 و 11

و 13 و 17 و 19 و لا يوجد أي واحد منهم قاسم للعدد 401 اذن

العدد 401 أولي

**تمرين 3:** حدد الرقم  $x$  لكي يكون العدد  $23x4$  قابلاً للقسمة على 3

الجواب:  $0 \leq x \leq 9$  العدد :  $23x4$  قابل للقسمة على 3 اذن :

$$2 + 3 + x + 4$$

يعني  $x + 9$  مضاعف للعدد 3 اذن : وبالتعويض بالأرقام من 0

الى 9 نلاحظ أن :  $x = 0$  و  $x = 3$  و  $x = 6$  و  $x = 9$  هم

القيم المطلوبة

**تمرين 4:** ليكن  $n$  عدد فردي بين أن  $n^2 - 1$  مضاعف للعدد 8

الجواب:  $n$  عدد فردي يعني :  $n = 2k + 1$

$$n^2 - 1 = (2k + 1)^2 - 1 = (2k)^2 + 2 \times 2k \times 1 + (1)^2 - 1$$

$$n^2 - 1 = 4k^2 + 4k + 1 - 1 = 4k^2 + 4k = 4(k^2 + k) = 4k(k + 1)$$

ولدينا  $k(k + 1)$  هو جداء عددين متتابعين اذن هو عدد زوجي ومنه

$$k(k + 1) = 2k'$$

ومنه  $n^2 - 1 = 4 \times 2k' = 8k'$  أي :  $n^2 - 1$  مضاعف للعدد 8

**تمرين 5:**  $n$  عنصراً من  $\mathbb{N}$  نضع:  $x = 8n + 5$  و

$$y = 2n + 10$$

1. بين أن  $x$  عدد فردي و  $y$  عدد زوجي.

2. بين أن  $(x + y)$  مضاعف للعدد 5.

(الجواب: 1)

$$\text{حيث: } x = 8n + 5 = 8n + 4 + 1 = 2(4n + 2) + 1 = 2 \times k + 1$$

$$k = 4n + 2 \text{ و بالتالي } x \text{ عدد فردي لأن: } x = 2k + 1$$

$$k = n + 5 \text{ حيث: } y = 2n + 10 = 2(n + 5) = 2 \times k$$

و بالتالي  $x$  عدد زوجي لأن:  $y = 2 \times k$

2) ولدينا  $x + y = 8n + 5 + 2n + 10 = 10n + 15 = 5(2n + 3) = 5k$

أي أن:  $x + y = 5k$  حيث :  $k = 2n + 3$

و بالتالي  $x + y$  مضاعف للعدد 5.

**تمرين 6:** مثلث  $ABC$

1. أرسم النقطة  $D$  بحيث :  $\overline{AB} = \overline{CD}$

2. أنشئ النقطة  $M$  بحيث :  $\overline{AM} = \overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{BC}$

3. بسط ما يلي :  $\overline{U} = \overline{AB} - \overline{CA} - 2\overline{AM}$

1 و 2) أنظر الشكل

$$\overline{MC} = \frac{5}{4} \left( -\overline{AB} + \frac{4}{5} \overline{AC} \right) : \text{وجدنا } \overline{MC} = -\frac{4}{5} \overline{AB} + \overline{AC}$$

$$\overline{MC} = \frac{3}{4} \overline{BN} \text{ يعني } \overline{MC} = \frac{5}{4} \left( \overline{BA} + \frac{4}{5} \overline{AC} \right) : \text{اذن}$$

اذن: المستقيمان  $(MC)$  و  $(BN)$  متوازيان

**تمرين 8:** نعتبر النقط  $M$  و  $B$  و  $A$

$$\text{بحيث: } 3\overline{MA} - 5\overline{MB} + 4\overline{AB} = \vec{0}$$

بين أن المتجهين  $\overline{AB}$  و  $\overline{AM}$  مستقيمان

**الجواب (1):**  $3\overline{MA} - 5\overline{MB} + 4\overline{AB} = \vec{0}$  يعني

$$-2\overline{MA} - \overline{AB} = \vec{0} \text{ يعني } 3\overline{MA} - 5(\overline{MA} + \overline{AB}) + 4\overline{AB} = \vec{0}$$

$$\overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB} \text{ يعني } 2\overline{AM} = \overline{AB}$$

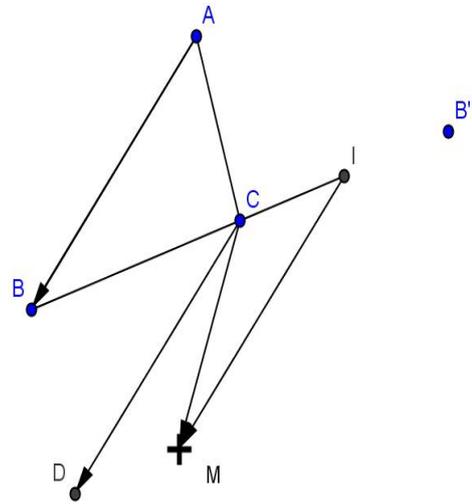
اذن المتجهين  $\overline{AB}$  و  $\overline{AM}$  مستقيمان

$\overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB}$  (2) تعنى أن النقط  $M$  و  $B$  و  $A$  مستقيمية وأن

$M$  تنتمي إلى المستقيم  $(AB)$ .



« c'est en forgeant que l'on devient forgeron » dit un proverbe.  
c'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien



(3)

$$\overline{U} = \overline{AB} - \overline{CA} - 2\overline{AM} = \overline{AB} - \overline{CA} - 2 \left( \overline{AB} + \frac{1}{2} \overline{BC} \right)$$

$$\overline{U} = \overline{AB} - \overline{CA} - 2\overline{AB} - \overline{BC} = -\overline{AB} - \overline{BC} - \overline{CA}$$

$$\overline{U} = -\overline{AB} - (\overline{BC} + \overline{CA}) = -\overline{AB} + \overline{AB} = \vec{0}$$

**تمرين 7:** مثلث  $ABC$  مثلث و  $M$  و  $N$  نقطتان حيث:

$$\overline{AN} = \frac{5}{4} \overline{AC} \text{ و } \overline{AM} = \frac{4}{5} \overline{AB}$$

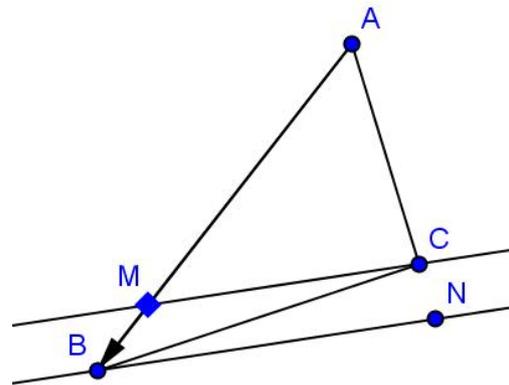
1. أنشئ شكلا تقريبا.

2. أكتب كلا من المتجهين  $\overline{MC}$  و  $\overline{BN}$  بدلالة  $\overline{AB}$  و  $\overline{AC}$

3. بين أن  $\overline{MC}$  و  $\overline{BN}$  متجهين مستقيمان

4. ماذا تستنتج بالنسبة للمستقيمين  $(MC)$  و  $(BN)$  ؟

(أجوبة: 1)



$$\overline{MC} = \overline{MA} + \overline{AC} \text{ (2) حسب علاقة شال اذن}$$

$$\overline{MC} = -\overline{AM} + \overline{AC} :$$

$$\text{يعني } \overline{MC} = -\frac{4}{5} \overline{AB} + \overline{AC} \text{ وهي النتيجة المطلوبة}$$

$$\text{ولدينا } \overline{BN} = \overline{BA} + \overline{AN} \text{ حسب علاقة شال اذن } \overline{BN} = -\overline{AB} + \frac{5}{4} \overline{AC}$$

وهي النتيجة المطلوبة