أكاديمية وجدة

تصحيح الفرض المحروس رقم 4 A

مستوى الجذع مشترك علمي

تمرين1: **(0,5ن+0,5ن +0,5ن +1,5ن +1,5ن +1,5ن +1,5ن)**

أحسب و بسط : حيث x عدد حقيقي :

$$A=\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) \quad B=\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) \quad C=\tan\left(\frac{19\pi}{6}\right) \quad D=\sin(23\pi-x)+\cos(7\pi+x)+\cos(16\pi-x)$$

$$E=\sin\left(-x-\frac{\pi}{2}+5\pi\right)+\cos\left(\frac{\pi}{2}-3\pi+x\right) \quad F=\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)+\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)+\cos\left(\frac{3\pi}{5}\right)+\cos\left(\frac{4\pi}{5}\right) \quad G=\cos^2\frac{\pi}{6}+\cos^2\frac{3\pi}{6}+\cos^2\frac{5\pi}{6}$$

الأجوبة : $A=\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)=\cos\left(\frac{6\pi-\pi}{6}\right)=\cos\left(\frac{6\pi}{6}-\frac{\pi}{6}\right)=\cos\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)=-\cos\frac{\pi}{6}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ و $B=\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)=\sin\left(\frac{6\pi-\pi}{6}\right)=\sin\left(\frac{6\pi}{6}-\frac{\pi}{6}\right)=\sin\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)=\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$

$$C=\tan\left(\frac{19\pi}{6}\right)=\tan\left(\frac{18\pi}{6}+\frac{\pi}{6}\right)=\tan\left(3\pi+\frac{\pi}{6}\right)=\tan\frac{\pi}{6}=\frac{\sin\frac{\pi}{6}}{\cos\frac{\pi}{6}}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$D=\sin(23\pi-x)+\cos(7\pi+x)+\cos(16\pi-x)=\sin(22\pi+\pi-x)+\cos(7\pi+\pi+x)+\cos(16\pi-x)=\sin(\pi-x)+\cos(\pi+x)+\cos(-x)$$

$$D=\sin x-\cos x+\cos x=\sin x$$

$$E=\sin\left(-x-\frac{\pi}{2}+5\pi\right)+\cos\left(\frac{\pi}{2}-3\pi+x\right)=\sin\left(-x-\frac{\pi}{2}+4\pi+\pi\right)+\cos\left(\frac{\pi}{2}-2\pi-\pi+x\right)=\sin\left(-x-\frac{\pi}{2}+\pi\right)+\cos\left(\frac{\pi}{2}-\pi+x\right)=\sin\left(-x-\frac{\pi}{2}+\pi\right)+\cos\left(\frac{\pi}{2}-\pi+x\right)=\sin\left(-x+\frac{\pi}{2}\right)+\cos\left(-\frac{\pi}{2}+x\right)$$

$$E=\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+\cos\left(-\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\right)=\cos x+\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\cos x+\sin x$$

$$F=\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)+\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)+\cos\left(\frac{3\pi}{5}\right)+\cos\left(\frac{4\pi}{5}\right)$$

نلاحظ أنُ: $\frac{\pi}{5}+\frac{4\pi}{5}=\pi$ يعني: $\frac{4\pi}{5}=\pi-\frac{\pi}{5}$ و $\frac{2\pi}{5}+\frac{3\pi}{5}=\pi$ يعني: $\frac{3\pi}{5}=\pi-\frac{2\pi}{5}$

$$F=\cos\frac{\pi}{5}+\cos\frac{2\pi}{5}+\cos\left(\pi-\frac{2\pi}{5}\right)+\cos\left(\pi-\frac{\pi}{5}\right)=\cos\frac{\pi}{5}+\cos\frac{2\pi}{5}-\cos\frac{2\pi}{5}-\cos\frac{\pi}{5}=0$$

حساب : $G=\cos^2\frac{\pi}{6}+\cos^2\frac{3\pi}{6}+\cos^2\frac{5\pi}{6}$

نلاحظ أنُ: $\frac{\pi}{6}+\frac{5\pi}{6}=\pi$ يعني: $\frac{5\pi}{6}=\pi-\frac{\pi}{6}$

ومنه: $G=\cos^2\frac{\pi}{6}+\cos^2\frac{3\pi}{6}+\cos^2\frac{5\pi}{6}=\cos^2\frac{\pi}{6}+\cos^2\frac{3\pi}{6}+\cos^2\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)=\cos^2\frac{\pi}{6}+\cos^2\frac{3\pi}{6}+\left(-\cos\frac{\pi}{6}\right)^2=\cos^2\frac{\pi}{6}+\cos^2\frac{3\pi}{6}+\cos^2\frac{\pi}{6}$

$$G=2\cos^2\frac{\pi}{6}+\cos^2\frac{\pi}{2}=2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+2\times0=2\times\frac{3}{4}=\frac{3}{2}$$

تمرين2: **(1,5ن +0,5ن +1ن)**

1)حل في المجال $[0,3\pi[$ المعادلة : $\sin x=-\frac{1}{2}$ 2)حل في المجال $]-\pi,\pi]$ المعادلة : $\cos x=2$ 3)حل في المجال $\mathbb{R}$ المعادلة : $\tan x=1$

الجواب:

1) $\sin x=-\frac{1}{2}$ يعني $\sin x=-\sin\frac{\pi}{6}$ يعني $\sin x=\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

لأن: $\sin(-x)=-\sin x$

$\sin x=\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ يعني $x=-\frac{\pi}{6}+2k\pi$ أو $x=\pi+\frac{\pi}{6}+2k\pi=\frac{7\pi}{6}+2k\pi$

نقوم بالتأطير:أ) $0\leq-\frac{\pi}{6}+2k\pi<3\pi$ يعني $0\leq-\frac{1}{6}+2k<3$

يعني $\frac{1}{6}\leq2k<3+\frac{1}{6}$ يعني $\frac{1}{6}\leq2k<\frac{19}{6}$ يعني $\frac{1}{12}\leq k<\frac{19}{12}$ اذن : $k=1$

ومنه :نعوض k ب 1 فنجد : $x_1=-\frac{\pi}{6}+2\times1\times\pi$ أي : $x_1=\frac{11\pi}{6}$

ب) نقوم بنفس عملية التأطير : $0\leq\frac{7\pi}{6}+2k\pi<3\pi$ يعني $0\leq\frac{7}{6}+2k<3$ يعني $-\frac{7}{6}\leq2k<3-\frac{7}{6}$ يعني $-\frac{7}{12}\leq k<\frac{11}{12}$

اذن : $k=0$ ومنه: نعوض k ب 0 فنجد : $x_2=\frac{7\pi}{6}$ وبالتالي : $S=\left\{\frac{11\pi}{6};\frac{7\pi}{6}\right\}$

2) لدينا : $a=2>1$ ومنه : فان المعادلة : $\cos x=2$ ليس لها حلولا في $\mathbb{R}$ أي : $S=\varnothing$

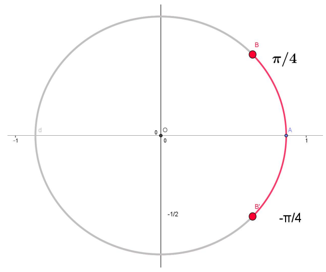
3) $\tan x=1$ يعني $\tan x=\tan\frac{\pi}{4}$ يعني $x=\frac{\pi}{4}+k\pi$ حيث $k\in\mathbb{Z}$ ومنه : $S=\left\{\frac{\pi}{4}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$

تمرين3: **(2ن+ 2ن)**

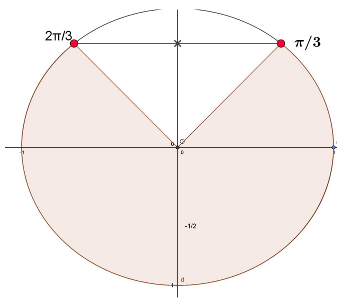
1) حل في $]-\pi,\pi]$ المتراجحة التالية $\cos x\ge\frac{\sqrt{2}}{2}$ 2) حل في $[0,2\pi]$ المتراجحة التالية $\sin x\le\frac{\sqrt{3}}{2}$

الجواب : 1)

$S=\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right]$



2)



$S=\left[0,\frac{\pi}{3}\right]\cup\left[\frac{2\pi}{3},2\pi\right]$

تمرين4: **(1,5ن)**

بين أن : $\cos^4x-\sin^4x+2\sin^2x=1$ حيث x عدد حقيقي

الجواب :

$$\cos^4x-\sin^4x+2\sin^2x=\left(\cos^2x\right)^2-\left(\sin^2x\right)^2+2\sin^2x=\left(\cos^2x-\sin^2x\right)\left(\cos^2x+\sin^2x\right)+2\sin^2x=\left(\cos^2x-\sin^2x\right)\times1+2\sin^2x=\cos^2x+\sin^2x=1$$

تمرين5: **(4ن)**

حل في $[-\pi,2\pi]$ المعادلة : $\sin x\,(2\cos x-1)=0$ ومثل الحلول على الدائرة المثلثية

الجواب : $\sin x\,(2\cos x-1)=0$ يعني $\sin x=0$ أو $2\cos x-1=0$

يعني $\sin x=0$ أو $\cos x=\frac{1}{2}$ حيث $k\in\mathbb{Z}$ يعني $x=k\pi$ أو $\cos x=\cos\frac{\pi}{3}$ حيث $k\in\mathbb{Z}$ يعني $x=k\pi$ أو $x=\frac{\pi}{3}+2k\pi$ أو $x=-\frac{\pi}{3}+2k\pi$

نقوم بالتأطير: أ) $-\pi\le k\pi\le2\pi$ يعني $-1\le k\le2$ اذن : $k=-1$ أو $k=0$ أو $k=1$ أو $k=2$

ومنه: نعوض k بهذه القيم فنجد: $x_1=0\times\pi$ أو $x_2=1\times\pi$ أو $x_3=-1\times\pi$ أو $x_4=2\times\pi$ أي : $x_1=0$ أو $x_2=\pi$ أو $x_3=-\pi$ أو $x_4=2\pi$

التأطير: ب) $-\pi\le\frac{\pi}{3}+2k\pi\le2\pi$ يعني $-1\le\frac{1}{3}+2k\le2$ يعني $-1-\frac{1}{3}\le2k\le2-\frac{1}{3}$ يعني $-\frac{4}{3}\le2k\le\frac{5}{3}$ يعني $-\frac{2}{3}\le k<\frac{5}{6}$

اذن : $k=0$ ومنه: نعوض k ب 0 فنجد : $x_5=\frac{\pi}{3}$

ج) نقوم بعملية التأطير : $-\pi\le-\frac{\pi}{3}+2k\pi\le2\pi$ يعني $-1+\frac{1}{3}\le2k\le2+\frac{1}{3}$ يعني

$-\frac{2}{3}\le2k<\frac{7}{3}$ يعني $-\frac{1}{3}\le k<\frac{7}{6}$ اذن : $k=0$ ومنه: نعوض k ب 0 فنجد : $x_6=\frac{-\pi}{3}$

وبالتالي : $S=\left\{-\pi;-\frac{\pi}{3};0;\frac{\pi}{3};\pi;2\pi\right\}$ أنظر الدائرة المثلثية: