تصحيح الفرض المحروس رقم B6

تمرين1: (8ن):

ليكن ABC مثلثا بحيث : $BC=4$ و $AC=2$ و $AB=\sqrt{8}$ و ليكن I منتصف القطعة $[BC]$ و J منتصف القطعة $[AC]$

1)أ)باستعمال مبرهنة الكاشي أحسب $\cos(\hat{A})$ و $\cos(\hat{B})$ ب)أثبت أن : $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-2$ ج)أحسب AI و BJ

2)نعتبر النقطة M بحيث : $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$

أ) بين أن : $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AC}=0$ ب) ماذا تستنتج بالنسبة للمستقيمين (AM) و (AC) ج) بين أن : $\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{AC}=-2$

الأجوبة :

الجواب:1)أ) حساب $\cos(\hat{A})$: حسب مبرهنة الكاشي: في المثلث ABC

لدينا: $BC^2=AB^2+AC^2-2AB\times AC\cos\hat{A}$

بالتعويض نجد: $16=8+4-4\sqrt{8}\cos(\hat{A})$

يعني : $4=-4\sqrt{8}\cos(\hat{A})$ يعني $\cos(\hat{A})=\frac{4}{-4\sqrt{8}}=\frac{1}{-\sqrt{8}}=-\frac{\sqrt{8}}{8}$

حساب $\cos(\hat{B})$:حسب مبرهنة الكاشي: في المثلث ABC

لدينا: $AC^2=AB^2+BC^2-2AB\times BC\cos\hat{B}$

بالتعويض نجد: $4=16+8-8\sqrt{8}\cos(\hat{B})$

يعني : $-20=-8\sqrt{8}\cos(\hat{B})$ يعني $\cos(\hat{B})=\frac{-20}{-8\sqrt{8}}=\frac{5}{2\sqrt{8}}=\frac{5\sqrt{8}}{16}$

1)ب) لدينا: $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=AB\times AC\times\cos\hat{A}$ يعني $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-2\times\sqrt{8}\times\frac{\sqrt{8}}{8}=-2$

1)ج) حساب AI: حسب مبرهنة المتوسط: في المثلث ABC

$AB^2+AC^2=2AI^2+\frac{1}{2}BC^2$ يعني : $\sqrt{8}^2+2^2=2AI^2+\frac{1}{2}4^2$

يعني : $4=2AI^2$ يعني: $2=AI^2$ يعني: $AI=\sqrt{2}$

حساب BJ : حسب مبرهنة المتوسط: في المثلث ABC

$AB^2+BC^2=2BJ^2+\frac{1}{2}AC^2$ يعني : $\sqrt{8}^2+4^2=2BJ^2+\frac{1}{2}2^2$

يعني: $22=2BJ^2$ يعني: $11=BJ^2$ يعني: $BJ=\sqrt{11}$

2)أ) $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AC}=\left(\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}\right)\cdot\overrightarrow{AC}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AC}=\frac{1}{3}\times(-2)+\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}^2=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}AC^2=\frac{-2}{3}+\frac{1}{6}\times4=\frac{-2}{3}+\frac{2}{3}=0$

2)ب)وجدنا $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AC}=0$ **اذن :** $\overrightarrow{AM}\perp\overrightarrow{AC}$ وبالتالي : $(AM)\perp(AC)$

2)ج)

$\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{AC}=\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AB}\right)\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-0-2=-2$

تمرين2: (8ن):

ليكن IAB مثلثا و C و D نقطتين بحيث $\overrightarrow{IC}=\frac{2}{5}\overrightarrow{IA}$ و $3\overrightarrow{IB}+5\overrightarrow{BD}=\vec{0}$ ونعتبر التحاكي h ذا المركز I ونسبته $k=\frac{2}{5}$

1) بين أن: $h(A)=C$ و أن : $h(B)=D$ 2)أنشئ شكلا تقريبيا.

3) بين أن: $AB=\frac{5}{2}CD$ 4) نعتبر المستقيم (Δ) المار من D والموازي للمستقيم (BC) ويقطع (IA) في النقطة F

حدد صورة المستقيم (BC) بالتحاكي h

5) بين أن : $\overrightarrow{IF}=\frac{5}{2}\overrightarrow{IC}$. واستنتج صورة النقطة C بالتحاكي h

الأجوبة : 1) أ)بصفة عامة اذا كان :لدينا $h(O,k)$ $h(M)=N$ يعني $\overrightarrow{ON}=k\overrightarrow{OM}$

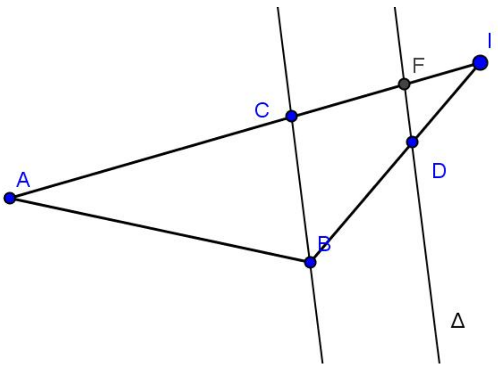
الكتابة $\overrightarrow{IC}=\frac{2}{5}\overrightarrow{IA}$ تعني أن : C هي صورة A بالتحاكي $h\left(I,\frac{2}{5}\right)$ ومنه $h(A)=C$

ب) $3\overrightarrow{IB}+5\overrightarrow{BD}=\vec{0}$ يعني $3\overrightarrow{IB}+5\left(\overrightarrow{BI}+\overrightarrow{ID}\right)=\vec{0}$ يعني $3\overrightarrow{IB}+5\overrightarrow{BI}+5\overrightarrow{ID}=\vec{0}$

يعني $3\overrightarrow{IB}-5\overrightarrow{IB}+5\overrightarrow{ID}=\vec{0}$ يعني $-2\overrightarrow{IB}+5\overrightarrow{ID}=\vec{0}$

يعني $5\overrightarrow{ID}=2\overrightarrow{IB}$ يعني $\overrightarrow{ID}=\frac{2}{5}\overrightarrow{IB}$ ومنه $h(B)=D$

2)أنظر الشكل :



3) أ) وجدنا اذن : $\begin{cases}h(A)=C\\ h(B)=D\end{cases}$ اذن : حسب الخاصية المميزة للتحاكي

لدينا $\overrightarrow{CD}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$ يعني

ومنه بالمرور الى المنظم نجد : $\left\|\overrightarrow{CD}\right\|=\left\|\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}\right\|$ اذن :

$\left\|\overrightarrow{CD}\right\|=\left|\frac{2}{5}\right|\left\|\overrightarrow{AB}\right\|$ اذن : $CD=\frac{2}{5}AB$ اذن : $AB=\frac{5}{2}CD$

4) نعتبر الاسقاط على المستقيم (AC) بتواز مع المستقيم (Δ)

لدينا مسقط B هي C ومسقط D هي F ومسقط I هي I

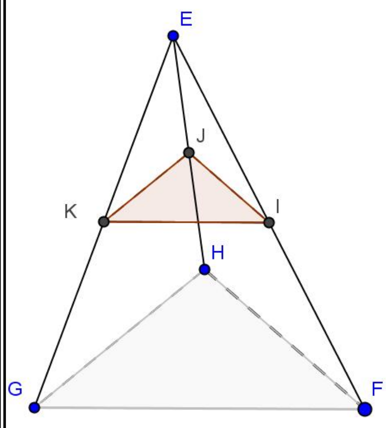
ونعلم أن : $\overrightarrow{ID}=\frac{2}{5}\overrightarrow{IB}$ وأن الاسقاط يحافظ على معامل استقامية متجهتين اذن : $\overrightarrow{IF}=\frac{2}{5}\overrightarrow{IC}$ ومنه : $h(C)=F$

تمرين3: (4ن):

ليكن $EFGH$ رباعي أوجه و لتكن I منتصف القطعة $[EF]$ و J منتصف القطعة $[EH]$ و K منتصف القطعة $[EG]$

1)أنشئ شكلا مناسبا. (0,5ن) 2) بين أن $(IJK)\parallel(FGH)$ (3,5ن)

الأجوبة : 1) أنظر الشكل :



2) في المثلث EFG لدينا I منتصف $[EF]$ و J منتصف $[EH]$ اذن $(IJ)\parallel(FH)$

و لدينا في المثلث EGH : K منتصف $[EG]$ و J منتصف $[EH]$ اذن $(JK)\parallel(GH)$

و لدينا : $(IJ)\parallel(FH)$ و $(FH)\subset(FGH)$ إذن $(IJ)\parallel(FGH)$ (1)

و لدينا : $(JK)\parallel(GH)$ و $(GH)\subset(FGH)$ إذن $(JK)\parallel(FGH)$ (2)

و لدينا : $(IJ)\cap(JK)=\{J\}$ (3)

و لدينا : $(IJ)\subset(IJK)$ و $(JK)\subset(IJK)$ (4)

إذن(1) و(2) و(3) و(4) نستنتج أن: $(FGH)\parallel(IJK)$