تمرين1: $x=220$ و $y=798$

220	2
110	2
55	5
11	1
1	1

798	2
399	3
133	7
19	1
1	9

1)تفكيك العددين x و y الى جداء عوامل أولية:

نستعمل القسمة الاقليدية فنجد : $220=2^2\times5\times11$ و $220=2^2\times5\times11$

2)تحديد $PPCM\left(220,798\right)$ و $PGCD\left(220,798\right)$

القاسم المشترك الأكبر لعددين هو جداء العوامل الأولية المشتركة مرفوعة الى أصغر أس

ومنه: $PGCD\left(220,798\right)=2$

المضاعف المشترك الأصغر لعددين هو جداء العوامل الأولية المشتركة والغير المشتركة مرفوعة الى أكبر أس

ومنه: $PPCM\left(220,798\right)=2^2\times3\times5\times7\times11\times19=965580$

تمرين2: تحديد من بين الأعداد التالية الأعداد الأولية مع التعليل :

2787 و 63 و 239 و 1001001

الجواب:1)2787 مجموع أرقامه مضاعف للعدد 3 اذن يقبل القسمة على 3 ومنه عدد غير أولي

2)63 مجموع أرقامه مضاعف للعدد 3 اذن يقبل القسمة على 3 ومنه عدد غير أولي

3) هل العدد **239** أولي ؟ نستعمل تقنية : نبحث عن الأعداد الأولية p التي تحقق : $p^2<239$ وهي : 2 و 3 و 5 و7 و11 و 13 ولا يوجد أي واحد منهم قاسم للعدد 239 اذن العدد 239 أولي

4) العدد 1001001 يقبل القسمة على 3.و بالتالي ليس عددا أوليا (لأنه يقبل أكثر من قاسمين).

تمرين3:أدرس قابلية قسمة العدد 3611790 على 2 و 3 و 4 و 5 و 9 مع التعليل

الجواب:يقبل القسمة على 2 لأنه زوجي

يقبل القسمة على 3 لأنه مجموع أرقامه 27 مضاعف للعدد 3

لا يقبل القسمة على 4 لأنه العدد المكون من رقم الوحدات والعشرات ليس بمضاعف للعدد 4

يقبل القسمة على 5 لأنه رقم وحداته هو 0

يقبل القسمة على 9 لأن مجموع أرقامه 27 مضاعف للعدد 9

تمرين4: ليكن n صحيح طبيعي

بين أنه اذا كان : $n-1$ مضاعف للعدد 3 فان : n^2-1 مضاعف للعدد 3

الجواب:2) $n-1$ مضاعف للعدد 3 يعني : $n-1=3k$ يعني : $n=3k+1$

$$n^2-1=\left(3k+1\right)^2-1=\left(3k\right)^2+2\times3k\times1+\left(1\right)^2-1=9k^2+6k=3\left(3k^2+2k\right)$$

يعني : $n^2-1=3k'$ مع $k'=3k^2+2k$ ومنه n^2-1 مضاعف للعدد 3

تمرين5: $n\in\mathbb{N}$ دراسة زوجية الأعداد التالية :

1) $8n^2+7$ **2)** $5n^3+n$

الجواب:1) $8n^2+7=8n^2+6+1=2\left(4n^2+3\right)+1=2k+1$ مع $k=4n^2+3$

(2 $5n^3+n$

الحالة 1: اذا كان n عدد فردي فان :

n^3 عدد فردي و كذلك $5n^3$ لأنه جذاء أعداد فردية ومنه : $5n^3+n$ عدد زوجي لأنه مجموع عددين فرديين

الحالة 2: اذا كان n عدد زوجي فان : n^3 عدد زوجي لأنه جذاء أعداد زوجية و كذلك $5n^3$ عدد زوجي لأنه جذاء عدد فردي وعدد زوجي ومنه : $5n^3+n$ عدد زوجي لأنه مجموع عددين زوجيين

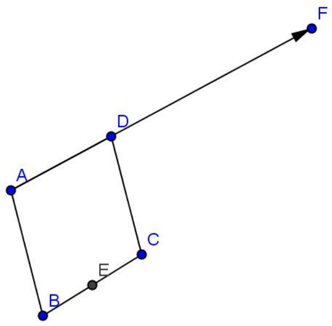
تمرين6: ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع و E و F نقطتان حيث: $\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{BE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

1) أرسم شكلا.

2) بين أن: $\overrightarrow{CE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{CF}=2\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CD}$ بين أن : $\overrightarrow{CF}+2\overrightarrow{CE}=\vec{0}$

3) بين أن: للنقط F و C و E مستقيمية

الجواب: 1)



2) أ) حسب علاقة شال لدينا : $\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BE}$

ونعلم أن : $\overrightarrow{BE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ اذن : $\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{CB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}$

ب) حسب علاقة شال لدينا : $\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AF}$

ونعلم أن : $\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{AD}$ اذن : $\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}+3\overrightarrow{AD}$

يعني : $\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{AD}+3\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CD}+2\overrightarrow{AD}$

ومنه : $\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{CD}+2\overrightarrow{AD}$

(3 $\overrightarrow{CF}+2\overrightarrow{CE}=2\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CD}+2\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}\right)$

$\overrightarrow{CF}+2\overrightarrow{CE}=2\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{BC}$

وبما أن $ABCD$ متوازي أضلاع فان : $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{BA}$ و $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$

اذن : $\overrightarrow{CF}+2\overrightarrow{CE}=2\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{BC}=\vec{0}$

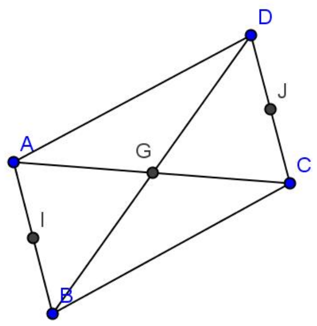
4)وجدنا : $\overrightarrow{CF}+2\overrightarrow{CE}=\vec{0}$ يعني : $\overrightarrow{CF}=-2\overrightarrow{CE}$

ومنه النقط C و F و E مستقيمية

تمرين7: $ABCD$ متوازي الأضلاع مركزه G و I منتصف القطعة $[AB]$. و لتكن J منتصف القطعة $[CD]$

1) بين أن : $\overrightarrow{GI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$ و أن : $\overrightarrow{GJ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

2) استنتج أن G منتصف القطعة $[IJ]$



الجواب:

نعتبر المثلث ABC لدينا I منتصف القطعة $[AB]$ و G منتصف القطعة $[AC]$ اذن حسب خاصية لدينا : $\overrightarrow{GI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$

ونعتبر المثلث ACD لدينا J منتصف القطعة $[DC]$ و G منتصف القطعة $[AC]$ اذن حسب خاصية لدينا : $\overrightarrow{GJ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

2)لكي نبين أن : G هو منتصف القطعة $[IJ]$ يكفي أن نبين أن : $\overrightarrow{GI}+\overrightarrow{GJ}=\vec{0}$ ؟؟؟؟؟؟؟

$\overrightarrow{GI}+\overrightarrow{GJ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

وبما أن $ABCD$ متوازي أضلاع فان : $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}$

ومنه : $\overrightarrow{GI}+\overrightarrow{GJ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{O}$

وبالتالي : G هو منتصف القطعة $[IJ]$.

« c’est en forgeant que l’on devient forgeron » dit un proverbe.
c’est en s’entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l’on devient un mathématicien