أكاديمية وجدة

تصحيح الفرض المنزلي رقم 3

مستوى الجذع مشترك علمي

تمرين1: **(ن2+ن2):**

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية : 1) $(4-2x)(2x+6)\leq 0$ 2) $\frac{5x-2}{1+3x}\geq 0$

الأجوبة : 1) $(4-2x)(2x+6)=0$ يعني $4-2x=0$ أو $2x+6=0$ يعني

$x=2$ أو $x=-3$

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
$2x+6$		$-$		$+$	0	$+$	
$4-2x$		$-$	0	$+$		$+$	
$(2x+6)(4-2x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

و منه فان : $S=\left]-\infty;-3\right]\cup\left[2;+\infty\right[$

5) $\frac{5x-2}{1+3x}\geq 0$ المرحلة1:نحدد أولا مجموعة تعريف المتراجحة

المتراجحة لها معنى يعني $1+3x\neq 0$ يعني $x\neq -\frac{1}{3}$

ومنه: $D_I=\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{3}\right\}$

المرحلة2: الحل الفعلي للمتراجحة

$5x-2=0$ يعني $x=\frac{2}{5}$ و $1+3x=0$ يعني $x=-\frac{1}{3}$

x	$-\infty$		$-1/3$		$2/5$		$+\infty$
$1+3x$		$-$	0	$+$		$+$	
$5x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
$\frac{1+3x}{5x-2}$		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

و منه فان : $S=\left]-\infty;-\frac{1}{3}\right[\cup\left[\frac{2}{5};+\infty\right[$

تمرين2: **(ن2+ن2+ن1)**

1. $A=\sin\left(x-\frac{\pi}{2}-3\pi\right)-\cos\left(\frac{\pi}{2}-\pi-x\right)$
2. $B=\sin(11\pi-x)+\cos(5\pi+x)+\cos(14\pi-x)$
3. $C=\cos\frac{\pi}{4}+\cos\frac{3\pi}{4}$

الأجوبة : 1) $A=\sin\left(x-\frac{\pi}{2}-3\pi\right)-\cos\left(\frac{\pi}{2}-\pi-x\right)=\sin\left(x-\frac{\pi}{2}-\pi-2\pi\right)-\cos\left(\frac{\pi}{2}-(\pi+x)\right)$

$A=\sin\left(x-\frac{\pi}{2}-\pi\right)-\sin(\pi+x)=\sin\left(-\left(\frac{\pi}{2}+\pi-x\right)\right)-\sin(\pi+x)=-\sin\left(\frac{\pi}{2}+\pi-x\right)-\sin(\pi+x)$

$A=-\sin\left(\frac{\pi}{2}+(\pi-x)\right)-\sin(\pi+x)=-\cos(\pi-x)-\sin(\pi+x)=--\cos(x)--\sin(x)=\cos(x)+\sin(x)$

2) $B=\sin(11\pi-x)+\cos(5\pi+x)+\cos(14\pi-x)$

$B=\sin(10\pi+\pi-x)+\cos(4\pi+\pi+x)+\cos(2\times 7\pi-x)$

$B=\sin(\pi-x)+\cos(\pi+x)+\cos(-x)=\sin(x)-\cos(x)+\cos(x)=\sin(x)$

3) نلاحظ أنّ: $\frac{\pi}{4}+\frac{3\pi}{4}=\pi$ يعني: $\frac{3\pi}{4}=\pi-\frac{\pi}{4}$ ومنه: $C=\cos\frac{\pi}{4}+\cos\frac{3\pi}{4}=\cos\frac{\pi}{4}+\cos\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)=\cos\frac{\pi}{4}-\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)=0$

تمرين3: **(ن2+ن2)**

1. حل في $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ النظمة التالية : $\begin{cases}x+y=-3\\ 2x-3y=4\end{cases}$
2. استنتج حلول النظمة : $\begin{cases}(x^2-3x+1)+(y^2-5y+4)=-3\\ 2(x^2-3x+1)-3(y^2-5y+4)=4\end{cases}$

الأجوبة : 1) حل في $\mathbb{R}^2$ النظمة: $(1)\begin{cases}x+2y=4\\ -x+4y=2\end{cases}$

محددة النظمة هي: $\Delta=\begin{vmatrix}1 & 1\\ 2 & -3\end{vmatrix}=-5\neq 0$ و منه النظمة تقبل حلا وحيدا:هو $x=\dfrac{\begin{vmatrix}-3 & 1\\ 4 & -3\end{vmatrix}}{\Delta}=\dfrac{5}{-5}=-1$ و $y=\dfrac{\begin{vmatrix}1 & -3\\ 2 & 4\end{vmatrix}}{\Delta}=\dfrac{10}{-5}=-2$

2)نضع: $X=x^2-3x+1$ و $Y=y^2-5x+4$ فنحصل على النظمة التالية : $\begin{cases}X+Y=-3\\ 2X-3Y=4\end{cases}$

وسبق أن قمنا بحل هذه النظمة ووجدنا : $X=-1$ و $Y=-2$ و منه : $x^2-3x+1=-1$ و $y^2-5x+4=-2$

يعني: $x^2-3x+2=0$ و $y^2-5x+6=0$

نحل المعادلة : $x^2-3x+2=0$ باستعمال المميز فنجد : $\Delta=b^2-4ac=(-3)^2-4\times1\times(2)=1>0$

بما أن $\Delta\succ 0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما: $x_1=\dfrac{-(-3)+\sqrt{1}}{2\times1}=2$ و $x_2=\dfrac{-(-3)-\sqrt{1}}{2\times1}=\dfrac{3}{2}$

نحل المعادلة : $y^2-5x+6=0$ باستعمال المميز فنجد :

$$\Delta=b^2-4ac=(-5)^2-4\times1\times6=1>0$$

بما أن $\Delta\succ 0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$y_1=\dfrac{-(-5)+\sqrt{1}}{2\times1}=3$ و $y_2=\dfrac{-(-5)-\sqrt{1}}{2\times1}=2$

و بالتالي: $S=\{(1,3),(1,2),(2,3),(2,2)\}$

تمرين4: (ن1+ن1+ن1+ن1+ن1+ ن2)

نعتبر الحدودية $P(x)$ بحيث: $P(x)=2x^3-5x^2-4x+3$

1) بين أن $P(x)$ تقبل القسمة على $x-3$.

2) بإنجاز القسمة الاقليدية للحدودية $P(x)$ على $x-3$ حدد الحدودية $Q(x)$ حيث: $P(x)=(x-3)Q(x)$

3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $Q(x)=0$

4) استنتج تعميلا للحدودية $P(x)$ إلى جذاء حدوديات من الدرجة الأولى.

5) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$

6) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $Q(x)\geq 0$

الجواب (1: 3 جذر للحدودية: لأن $P(3)=0$ ومنه $P(x)$ تقبل القسمة على $x-3$

2) ننجز القسمة الاقليدية للحدودية $P(x)$ على $x-3$ فنجد : $P(x)=(x-3)\times(2x^2+x-1)$

3) $Q(x)=0$ يعني $2x^2+x-1=0$ نحل المعادلة باستعمال المميز فنجد :

$$\Delta=b^2-4ac=(1)^2-4\times2\times(-1)=9>0$$

بما أن $\Delta\succ 0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$x_1=\dfrac{-1+\sqrt{9}}{2\times2}=\dfrac{1}{2}$ **و** $x_2=\dfrac{-1-\sqrt{9}}{2\times2}=-1$ **ومنه** $S=\left\{-1,\dfrac{1}{2}\right\}$

4)**لدينا** : $P(x)=(x-3)Q(x)$

وجدنا أن : $x_1=\dfrac{1}{2}$ **و** $x_2=-1$ **هما جذرا الحدودية** $Q(x)$ ومنه : $Q(x)=2\left(x-\dfrac{1}{2}\right)(x-(-1))=(2x-1)(x+1)$

اذن : $P(x)=(x-3)(2x-1)(x+1)$

5) $P(x)=0$ **يعني** $(x-3)(2x-1)(x+1)=0$ **يعني** $x+1=0$ أو $2x-1=0$ أو $x-3=0$

يعني $x=-1$ أو $x=\dfrac{1}{2}$ أو $x=3$ ومنه: $S=\left\{3,-1,\dfrac{1}{2}\right\}$

6)

x	$-\infty$	-1		$1/2$		3		$+\infty$
$x+1$	$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$2x-1$	$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-3$	$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$P(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

$S=\left[-1;\dfrac{1}{2}\right]\cup[3;+\infty[$