تمرين1:

نعتبر الدوال f و g و h بحيث: $f(x)=\sqrt{16x^2-1}$ و $g(x)=\dfrac{x^4}{16x^2-1}$ و $h(x)=\dfrac{2x^3+7}{|x|-2}$

1) حدد مجموعة تعريف الدوال f و g و h 2) أدرس زوجية الدالة g وأعط تأويلا مبيانيا للنتيجة

الأجوبة : 1) $f(x)=\sqrt{16x^2-1}$ $D_f=\{x\in\mathbb{R}/16x^2-1\geq 0\}$

$16x^2-1=0$ يعني $(4x)^2-1^2=0$ يعني $(4x-1)(4x+1)=0$ يعني

$4x+1=0$ **أو** $4x-1=0$ يعني $x=-\dfrac{1}{4}$ **أو** $x=\dfrac{1}{4}$

x	$-\infty$	$-1/4$		$1/4$	$+\infty$
$16x^2-1$	$+$	0	$-$	0	$+$

$D_f=\left]-\infty,-\dfrac{1}{4}\right]\cup\left[\dfrac{1}{4},+\infty\right[$

$g(x)=\dfrac{x^4}{16x^2-1}$ $D_g=\{x\in\mathbb{R}/16x^2-1\neq 0\}$

$16x^2-1=0$ يعني $x=-\dfrac{1}{4}$ **أو** $x=\dfrac{1}{4}$ ومنه : $D_g=\mathbb{R}-\left\{-\dfrac{1}{4},\dfrac{1}{4}\right\}$

$h(x)=\dfrac{2x^3+7}{|x|-2}$ $D_h=\{x\in\mathbb{R}/|x|-2\neq 0\}$

$|x|-2=0$ يعني $|x|=2$ يعني $x=-2$ **أو** $x=2$ ومنه : $D_h=\mathbb{R}-\{-2,2\}$

2) دراسة زوجية الدالة g :

2) أ) لكل x من $D_g=\mathbb{R}-\left\{-\dfrac{1}{4},\dfrac{1}{4}\right\}$ لدينا: $-x$ تنتمي إلى $D_g=\mathbb{R}-\left\{-\dfrac{1}{4},\dfrac{1}{4}\right\}$.

ب) $g(-x)=\dfrac{(-x)^4}{16(-x)^2-1}=\dfrac{x^4}{16x^2-1}=g(x)$ ومنه g دالة زوجية

التأويل المبياني : محور الأراتيب محور تماثل لمنحنى الدالة g

تمرين2:

لتكن f الدالة المعرفة ب: $f(x)=\dfrac{2}{-3x+9}$.

1) حدد مجموعة تعريف الدالة f 2)أدرس رتابة الدالة f على كل من المجالين $]-\infty;3[$ و $]3;+\infty[$

3)حدد جدول تغيرات الدالة f

الأجوبة : 1) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/-3x+9\neq 0\}$

$-3x+9=0$ يعني $x=3$ ومنه : $D_f=\mathbb{R}-\{3\}$

2) أ) دراسة رتابة الدالة f على المجال $]3;+\infty[$:

ليكن : $x_1\in]3;+\infty[$ و $x_2\in]3;+\infty[$ بحيث $x_1<x_2$ اذن $-3x_1>-3x_2$ اذن $-3x_1+9>-3x_2+9$

اذن $\dfrac{1}{-3x_2+9}<\dfrac{1}{-3x_1+9}$ اذن $\dfrac{2}{-3x_2+9}<\dfrac{2}{-3x_1+9}$ أي $f(x_1)<f(x_2)$ ومنه الدالة f تزايدية على المجال $]3;+\infty[$:

ب) دراسة رتابة الدالة f على المجال $]-\infty;3[$

ليكن : $x_1\in]-\infty;3[$ و $x_2\in]-\infty;3[$ بحيث $x_1<x_2$

$-3x_1>-3x_2$ اذن $-3x_1+9>-3x_2+9$ اذن $\dfrac{1}{-3x_2+9}<\dfrac{1}{-3x_1+9}$ اذن $\dfrac{2}{-3x_2+9}<\dfrac{2}{-3x_1+9}$ أي $f(x_1)<f(x_2)$

ومنه الدالة f تزايدية على المجال $]-\infty;3[$:

3)جدول تغيرات الدالة f .

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	$\|$	$\nearrow$

تمرين3: **(1.5ن)**

لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=x^2-4x+5$.

1) حدد قيمة العددين α و β بحيث يكون لدينا : $f(x)=(x+\alpha)^2+\beta$.

2) حدد جدول تغيرات لدالة f

3) أحسب $f(2)$ ثم بين أن f تقبل قيمة دنيا على $\mathbb{R}$

4) حدد نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محوري المعلم

5) أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(o;\vec{i};\vec{j})$.

6)ناقش مبيانيا حسب قيم البارامتر m عدد حلول المعادلة : $x^2-4x+5-m=0$

الأجوبة : 1)

1) $D_f=\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

$f(x)=x^2-4x+5=x^2-2\times x\times 2+2^2-2^2+5=(x-2)^2-4+5=(x-2)^2+1$

بالمقارنة مع كتابة الشكل القانوني: $f(x)=a(x+\alpha)^2+\beta$ **نجد :** $\alpha=-2;\beta=1;a=1$

2) حدد جدول تغيرات الدالة f . لدينا : $a=1>0$ اذن :

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	1	$\nearrow$

3) $f(2)=(2-2)^2+1=(0)^2+1=1$

$f(x)=(x-2)^2+1$

لدينا $(x-2)^2\geq 0$ مهما تكن x من $\mathbb{R}$.ومنه $(x-2)^2+1\geq+1$ أي $f(x)\geq 1$ أي $f(x)\geq f(2)$ مهما تكن x من $\mathbb{R}$

وبالتالي فإن $f(2)=1$ هي القيمة الدنيا للدالة f على $\mathbb{R}$

يمكننا ملاحظة ذلك من جدول التغيرات

4)أ)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفاصيل

نحل فقط المعادلة : $f(x)=0$ يعني $(x-2)^2+1=0$ يعني $(x-2)^2=-1$ و هذه المعادلة ليس لها حل في $\mathbb{R}$ لأن المربع دائما موجب

ومنه لا توجد نقط تقاطع مع محور الأفاصيل

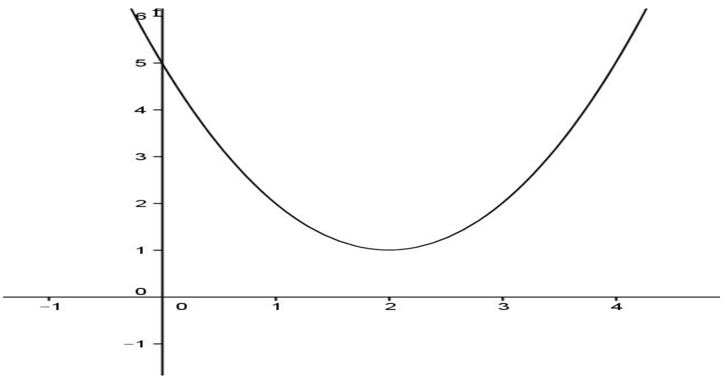
ب)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأراتيب

نحسب فقط : $f(0)$ $f(0)=0^2-4\times 0+5=5$

ومنه نقطة التقاطع هي: $C(0;5)$

5)رسم: C_f

-1	0	1	2	3	4
10	5	2	1	2	5



6)المناقشة مبيانيا حسب قيم البارامتر m عدد حلول المعادلة : $x^2-4x+5-m=0$

$x^2-4x+5-m=0$ تكافئ $x^2-4x+5=m$ أي $f(x)=m$

أي نحدد مبيانيا عدد نقط تقاطع منحنى الدالة f و المستقيم (D) الذي معادلته : $y=m$

اذا كانت: $m<1$ التمثيل المبياني لا يقطع المستقيم (D) ومنه لا يوجد حل لهذه المعادلة أي $S=\varnothing$

اذا كانت: $m=1$ التمثيل المبياني يقطع المستقيم (D) في نقطة وحيدة ومنه للمعادلة حل وحيد $S=\{x_1\}$

اذا كانت: $m>1$ التمثيل المبياني يقطع المستقيم (D) في نقطتين ومنه للمعادلة حلين مختلفين $S=\{x_1,x_2\}$

تمرين4: (ن2+ن2+ن2)

لتكن f دالة معرفة ب: $f(x)=\dfrac{3x-1}{2x-2}$.

1)حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f 2) حدد الشكل المختصر ل $f(x)$ 3)حدد جدول تغيرات الدالة f .

4)حدد مقاربات منحنى الدالة f 5) أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f .

6)أرسم المستقيم (D) الذي معادلته $(D): y=2$ حدد نقط تقاطع (C_f) و (D)

7)حل مبيانيا في $\mathbb{R}$ المتراجحة $f(x)\geq 2$.

الأجوبة : 1) أجوبة: $f(x)=\dfrac{3x-1}{2x-2}$

1) $D_f=\{x\in\mathbb{R}/2x-2\neq 0\}$

$2x-2=0$ يعني $x=1$ ومنه $D_f=\mathbb{R}-\{1\}$

2)**انجاز القسمة الاقليدية:**

$$\begin{array}{r|l} -3x-1 & 2x-2 \\ \hline -3x+3 & \dfrac{3}{2} \\ \hline 2 & \end{array}$$

$$f(x)=\frac{3x-1}{2x-2}=\frac{\frac{3}{2}(2x-2)+2}{2x-2}=\frac{3}{2}+\frac{1}{x-1}$$

بالمقارنة مع كتابة الشكل القانوني: $f(x)=\beta+\dfrac{k}{x+\alpha}$

نجد : $\alpha=-1;\beta=\dfrac{3}{2};k=1$

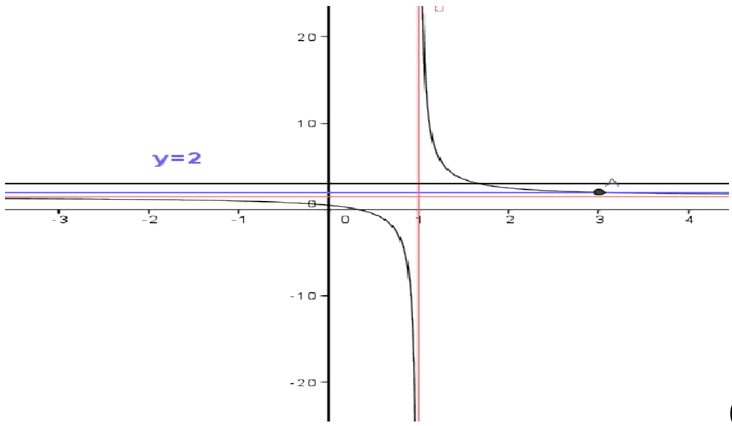
3) حدد جدول تغيرات الدالة f . لدينا : $k=1>0$ اذن :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	↘	‖	↘

4) منحنى f هو هذلولا مركزه $S\left(1;\dfrac{3}{2}\right)$ و مقارباه $x=1$ و $y=\dfrac{3}{2}$

(5

-2	-1	0	1	2	3	4
$\frac{7}{6}$	1	$\frac{1}{2}$		$\frac{5}{2}$	2	$\frac{11}{6}$



(6

نحل للمعادلة $f(x)=2$:

$f(x)=2$ يعني $\dfrac{3x-1}{2x-2}=2$ يعني $3x-1=2(2x-2)$

يعني $3x-1=4x-4$ يعني $x=3$

ومنه نقطة التقاطع هي: $C(3;2)$

8)الحل المبياني للمتراجحة: $f(x)\geq 2$

مبيانيا نبحث عن المجال بحيث منحنى الدالة f يوجد فوق المستقيم (D) أي $S=]1,3]$