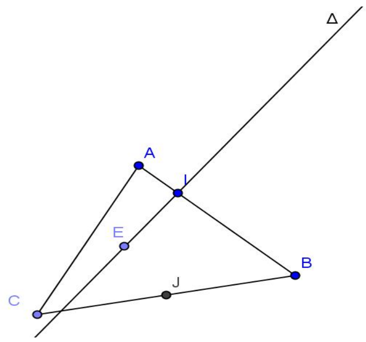
تصحيح الفرض المنزلي رقم 6

تمرين1: (7ن):

ليكن ABC مثلث متساوي الساقين رأسه A بحيث: $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=16$ و $\cos(\hat{A})=\frac{1}{4}$ و I نقطة بحيث $\overrightarrow{BI}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BA}$ و J منتصف القطعة $[BC]$. وليكن (Δ) المستقيم المار من I والعمودي على المستقيم (AB) ولتكن نقطة بحيث : $E\in(\Delta)$

1) أرسم شكلا تقريبيا 2) بين أن : $AB=8$ وأحسب BC 3) أحسب: $\overrightarrow{BI}\cdot\overrightarrow{BA}$ 4) بين أن : $\overrightarrow{EB}\cdot\overrightarrow{AB}=48$ 5) أحسب: AJ

الأجوبة : 1)



2) أ) لدينا $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=16$ يعني $AB\times AC\times\cos\hat{A}=16$

يعني $AB\times AB\times\cos\hat{A}=16$ يعني $AB^2\times\frac{1}{4}=16$ يعني $AB^2=64$ يعني $AB=8$

ب) حسب مبرهنة الكاشي: في المثلث ABC

لدينا: $BC^2=AB^2+AC^2-2AB\times AC\cos\hat{A}$

بالتعويض نجد: $BC^2=64+64-2\times64\times\frac{1}{4}$ يعني : $BC^2=96$ يعني $BC=\sqrt{96}$

3) $\overrightarrow{BI}\cdot\overrightarrow{BA}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BA}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BA}^2=\frac{3}{4}BA^2=\frac{3}{4}BA^2=\frac{3}{4}\times64=48$

4) $\overrightarrow{EB}\cdot\overrightarrow{AB}=\left(\overrightarrow{EI}+\overrightarrow{IB}\right)\cdot\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{EI}\cdot\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{IB}\cdot\overrightarrow{AB}$

لدينا $\overrightarrow{EI}\cdot\overrightarrow{AB}=0$ لأن : $\overrightarrow{EI}\perp\overrightarrow{AB}$ ومنه : $\overrightarrow{EB}\cdot\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{IB}\cdot\overrightarrow{AB}=\left(-\overrightarrow{BI}\right)\cdot\left(-\overrightarrow{BA}\right)=\overrightarrow{BI}\cdot\overrightarrow{BA}=48$

5) حسب مبرهنة المتوسط: في المثلث ABC : $AB^2+AC^2=2AJ^2+\frac{1}{2}BC^2$ يعني : $8^2+8^2=2AJ^2+\frac{1}{2}\sqrt{96}^2$

يعني : $128=2AI^2+48$ يعني : $80=2AI^2$ يعني : $AI^2=40$ يعني : $AI=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

تمرين2: (8ن):

ليكن IAB مثلثا و C و D نقطتين بحيث $\overrightarrow{IC}=\frac{1}{3}\overrightarrow{IA}$, $2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{BD}=\vec{0}$.

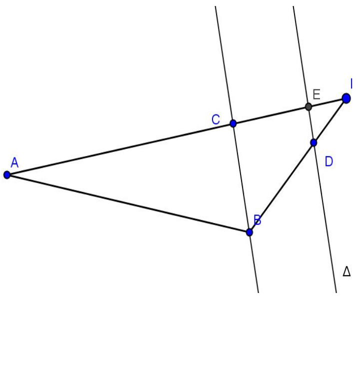
ونعتبر التحاكي h ذا المركز I ونسبته $k=\frac{1}{3}$

1) أنشئ شكلا تقريبيا. 2) بين أن: $h(A)=C$ و أن : $h(B)=D$ 3) بين أن: $AB=3CD$

4) نعتبر المستقيم (Δ) المار من D والموازي للمستقيم (BC) ويقطع (IA) في النقطة E حدد صورة المستقيمين (AB) و (BC) بالتحاكي h

5) بين أن : $\overrightarrow{IE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{IC}$. واستنتج صورة النقطة C بالتحاكي h

الأجوبة : 1)



2) أ): بصفة عامة اذا كان: لدينا $h(O,k)$ $h(M)=N$ يعني $\overrightarrow{ON}=k\overrightarrow{OM}$

الكتابة $\overrightarrow{IC}=\frac{1}{3}\overrightarrow{IA}$ تعني أن : C هي صورة A بالتحاكي $h\left(I,\frac{1}{3}\right)$

ومنه $h(A)=C$

ب) $2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{BD}=\vec{0}$ يعني $2\overrightarrow{IB}+3\left(\overrightarrow{BI}+\overrightarrow{ID}\right)=\vec{0}$ يعني $2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{BI}+3\overrightarrow{ID}=\vec{0}$

يعني $2\overrightarrow{IB}-3\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{ID}=\vec{0}$ يعني $-\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{ID}=\vec{0}$

يعني $3\overrightarrow{ID}=\overrightarrow{IB}$ يعني $\overrightarrow{ID}=\frac{1}{3}\overrightarrow{IB}$ ومنه $h(B)=D$

3) أ) وجدنا اذن : $\begin{cases}h(A)=C\\h(B)=D\end{cases}$ اذن : حسب الخاصية المميزة للتحاكي لدينا $\overrightarrow{AB}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$ يعني $\overrightarrow{CD}=3\overrightarrow{AB}$

ومنه بالمرور الى المنظم نجد : $\left\|\overrightarrow{CD}\right\|=\left\|3\overrightarrow{AB}\right\|$ اذن : $\left\|\overrightarrow{CD}\right\|=|-2|\left\|\overrightarrow{AB}\right\|$ اذن : $CD=3AB$

4) نعتبر الاسقاط على المستقيم (AC) بتواز مع المستقيم (Δ)

لدينا مسقط B هي C ومسقط D هي E ومسقط I هي I

ونعلم أن : $\overrightarrow{ID}=\frac{1}{3}\overrightarrow{IB}$ وأن الاسقاط يحافظ على معامل استقامية متجهتين اذن : $\overrightarrow{IE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{IC}$

ومنه : $h(C)=E$

تمرين3: (5ن):

ليكن $ABCD$ مربعا و E نقطة من الفضاء حيث: $(AE)\parallel(ABC)$ و النقط I , J و K منتصفات القطع $[EB]$ و $[AB]$ و $[DC]$

1)بين أن $(IJ)\parallel(ADE)$. 2)بين أن $(IJK)\parallel(ADE)$. 3)بين أن $(JK)\perp(ABE)$. 4)حدد تقاطع المستويين (ABE) و (AIK) .

الأجوبة : 1) لدينا في المثلث ABE I منتصف $[EB]$ و J منتصف $[AB]$ اذن $(IJ)\parallel(AE)$

و لدينا $(AE)\subset(ADE)$ إذن $(IJ)\parallel(ADE)$ (1) و منه المطلوب.

2)لدينا K منتصف $[DC]$ إذن $(JK)\parallel(AD)\parallel(BC)$

و $(AD)\subset(ADE)$ اذن $(JK)\parallel(ADE)$ (2)

إذن من (1) و(2) نستنتج أن: $(JIK)\parallel(ADE)$ و منه المطلوب.

3)لدينا $(AE)\perp(ABC)$ و $(JK)\subset(ABC)$ إذن $(AE)\perp(JK)$

و لدينا $(JK)\parallel(AD)$ و $(AD)\perp(AB)$ إذن $(JK)\parallel(AB)$

و منه فان (JK) عمودي على مستقيمين متقاطعين هما (AB) و (AE) ضمن المستوى (ABE) إذن $(JK)\perp(ABE)$

4)لدينا $(AIK)\neq(ABE)$ $(E\notin(ABC))$

لدينا $A\in(ABE)$ و $A\in(AIK)$ و $(EB)\subset(ABE)$ إذن $I\in(ABE)$ (لأن $I\in(EB)$)

لدينا $I\in(AIK)$ و منه $(AIK)\cap(ABE)=(AI)$.